T.C
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ
FEN EDEBİYAT FAKÜLTESİ
FİZİK BÖLÜMÜ

FİZİK LABORATUVARI-IV
(Isı-Termodinamik & İstatistik)

SAKARYA 2012

T.C
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ
FEN EDEBİYAT FAKÜLTESİ
FİZİK BÖLÜMÜ

FİZİK LABORATUVARI-IV
(Isı-Termodinamik & İstatistik)

HAZIRLAYANLAR

Yrd. Doç. Dr.Metin ASLAN
Yrd. Doç. Dr. Sadık Bağcı
Araş. Gör. Emre Dil
Araş. Gör. Mehmet ÜSTÜNDAĞ

SAKARYA 2012

İÇİNDEKİLER

ISI-TERMODİNAMİK DENEYLERİ **Sayfa No**

İSTATİSTİK DENEYLERİ

LABORATUAR ÇALIŞMASI HAKKINDA

1) Deney gruplarında bulunan öğrenciler, karşılıklı yardımlaşmanın yanında ölçüleri sıra ile alacaklar, hesapları ayrı-ayrı yapacaklardır.

2) Laboratuara gelmeden önce konu ile ilgili deney okunacak, gerekirse ilgili kitaplardan çalışılacaktır. Laboratuarda bulunan araştırma görevlisi hazırlanmadığınızı anlarsa sizi laboratuardan çıkarabilir. Deneyi telafi etme imkanı olmazsa deneyden devamsız sayılabilirsiniz.

3) Laboratuara girince alet ve cihazlara dokunmayınız. Görevli öğretim elemanının iznini ve tavsiyelerini aldıktan sonra sadece size tanıtılan aletleri kullanınız.

4) Laboratuara gelirken yanınızda mutlaka grafik kağıdı getiriniz.

5) Deneyi kurduktan sonra kontrolünü mutlaka yaptırınız.

6) Laboratuarda deney yaparken yüksek sesle konuşmayınız.

7) Çalışmalarınız sırasında diğer arkadaşlarınızı rahatsız etmeyiniz

8) Deney sırasında cep telefonlarınızı kapalı tutunuz.

9) Deney öncesi görevli tarafından yapılan açıklamaları mutlaka gerektiği şekilde uygulayınız.

10) Aletleri dikkatli ve özenli kullanınız. Aletlerde meydana gelebilecek bir hasarın maddi olarak tarafınızdan karşılanacağını unutmayınız.

11) Deneyinizi bitirdikten sonra masanızı kesinlikle temiz bırakınız.

12) Deney öncesi yeterli bilgiyi elinizdeki kaynakları okuyarak elde ediniz.

13) Laboratuara %80 devam zorunluluğu vardır. Bundan dolayı devama gereken hassasiyeti gösteriniz.

DENEY RAPORUNUN HAZIRLANMASI

1) Deneyin raporunun yazımı sayfanın başından başlamalı ve yazım aşağıdaki sıra takip edilerek gerçekleştirilmelidir.

2) Deneyin adı

3) Deneyin amacı: yaptığınız deneyde neyi hedeflediğinizi kendi cümlelerinizle yazınız.

4) Deneyin teorisi: yaptığınız deneyin teorisini değişik kaynak kitaplar kullanarak yazınız.

5) Deneyin yapılışı: öncelikle deney şemasını nasıl kurduğunuzu kullandığınız aletleri ve ölçüleri nasıl aldığınızı yazdıktan sonra hesaplamaları yapınız. Eğer çizilmesi gereken grafik varsa milimetrik kağıt kullanarak hassas bir şekilde grafiğini çiziniz.

6) Sonuç, hata hesabı ve yorum: deneyin bu kısmında hesapladığınız büyüklük ile ilgili hata hesabını yaparak deneyi yorumlayınız.

7) Raporlar elle yazılacaktır, bilgisayar çıktısı kabul edilmeyecektir.

KALORİMETRE

Amaç:

Kalorimetre kanunlarından faydalanarak bir kalorimetrenin ısı sığasının veya su cinsinden değerinin ölçülmesi

Teori:

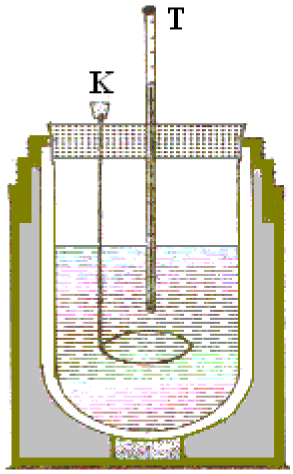
Kütlesi *m,* ısınma ısısı *c* olan bir cismin sıcaklığını Δt ^{0}C değiştirmek için ona verilmesi veya ondan alınması gereken ısı miktarı,

$$Q = mc\,\Delta t$$

dir. Burada *mc* çarpımına cismin **ısı sığası** veya su cinsinden değeri denir ki cismin sıcaklığını 1 ^{0}C değiştirmek için gerekli ısı miktarına eşittir. Erime sıcaklığında 1 gram katı cismi yine aynı sıcaklıkta 1 gram sıvı haline getirmek için gerekli ısı miktarına o cismin **erime ısısı** denir. Öz ısısı (*c*) bilinmeyen maddenin öz ısısını bulmakta yararlanılan alete **kalorimetre** denir. Kalorimetre olarak kullanılan kap, ısıyı dışarı kaçırmayacak veya çevresinden ona ısı girişi olmayacak şekilde ısıl olarak yalıtılmış bir araçtır. Yaygın olarak kullanılan termos matara oldukça iyi bir kalorimetredir. Termos, üzeri parlak metalle kaplı çift cam duvarları ve bu duvarlar arasındaki boşluk sayesinde ısının geçmesini engeller. Değişik sıcaklıklardaki iki veya daha çok malzemenin birlikte bir kalorimetrenin içine yerleştirildiğini kabul edelim. Bu malzemeler ısıl enerjilerini, hepsi aynı sıcaklığa ulaşana kadar, yani ısıl denge kurulana kadar bölüşeceklerdir. Kaba ısı girişi veya ondan ısı çıkışı olmadığı için enerjinin korunumu yasası bizi çok önemli bir sonuca götürür. Eğer ısı kazançları pozitif değişim ve ısı kayıpları negatif değişim olarak alınırsa, o zaman, kalorimetre içinde alınan ve verilen ısıların toplamı sıfırdır. Bir başka deyişle, kalorimetre içindeki yalıtılmış sistemin toplam enerjisi değişmez.

DENEYİN YAPILIŞI:

1. Cam behere 200 gram kadar saf su koyularak elektrik ocağı üzerinde kaynamaya bırakılır. Su ısınırken aşağıdaki işler yapılır.



Şekil 1

2. Termometre ve karıştırıcı ile birlikte kalorimetre kabı (Şekil 1) boş ve kuru iken tartılır (m_1 gram).

3. Kalorimetre kabı üçte ikisine kadar saf su ile doldurulur ve tekrar tartılır (m_2 gram).

4. Kalorimetredeki su yavaş yavaş fakat devamlı karıştırılırken sıcaklık değişimi termometreden izlenir. Sıcaklığın sabit kaldığı termometre sıcaklığı, derecenin kesirlerine kadar dikkatle okunarak kaydedilir (t_1 ^{0}C).

5. Deneyin yapıldığı andaki atmosfer basıncı laboratuardaki barometreden ve bu basınç altında saf suyun t_2 kaynama sıcaklığı Tablo 1'den okunarak kaydedilir.

6. Kalorimetre kaynamakta olan suyun yanına götürülür, kapağı açılır ve kaynayan sudan çabucak M_2 gram kadar koyularak hemen kapatılır. Kalorimetre yavaş yavaş fakat devamlı karıştırılırken sıcaklık yükselişi termometreden izlenir. Sıcaklığın sabit kaldığı (artık yükselmediği) t değeri dikkatle okunup kaydedilir.

7. Kalorimetre tekrar tartılır (m_3 gram).

8. Bu ölçüler yapıldıktan sonra kalorimetrenin su cinsinden değeri W şu şekilde hesaplanır.

Tablo 1. Suyun kaynama sıcaklığının basınçla değişimi (b, mmHg ve t, ^{0}C cinsinden alınmıştır).

b	t_2	b	t_2	b	t_2	b	t_2	b	t_2	b	t_2
680	96.92	700	97.71	720	98.49	740	99.26	760	100.00	780	100.73
81	96.96	01	97.75	21	98.53	41	99.29	61	100.04	81	100.76
82	97.00	02	97.79	22	98.57	42	99.33	62	100.07	82	100.80
83	97.04	03	97.83	23	98.61	43	99.37	63	100.11	83	100.84
84	97.08	04	97.87	24	98.65	44	99.41	64	100.15	84	100.87
85	97.12	05	97.91	25	98.69	45	99.44	65	100.18	85	100.91
86	97.16	06	97.95	26	98.72	46	99.48	66	100.22	86	100.94
87	97.20	07	97.99	27	98.76	47	99.52	67	100.26	87	100.98
88	97.24	08	98.03	28	98.80	48	99.56	68	100.29	88	101.02
89	97.28	09	98.07	29	98.84	49	99.59	69	100.33	89	101.05
690	97.32	710	98.11	730	98.88	750	99.63	770	100.37	790	101.09
91	97.36	11	98.15	31	98.92	51	99.67	71	100.40	91	101.12
92	97.40	12	98.18	32	98.95	52	99.70	72	100.44	92	101.16
93	97.44	13	98.22	33	98.99	53	99.74	73	100.48	93	101.19
94	97.48	14	98.26	34	99.03	54	99.78	74	100.51	94	101.23
95	97.52	15	98.30	35	99.07	55	99.82	75	100.55	95	101.27
96	97.56	16	98.34	36	99.11	56	99.85	76	100.58	96	101.30
97	97.60	17	98.38	37	99.14	57	99.89	77	100.62	97	101.34
98	97.64	18	98.42	38	99.18	58	99.93	78	100.66	98	101.37
699	97.68	19	98.46	39	99.22	59	99.96	79	100.69	799	101.41
700	97.71	720	98.49	740	99.26	760	100.00	780	100.73	800	101.44

İlk konulan su için $M_1 = m_2 - m_1$ kalorimetre içine koyulan t_1 sıcaklığındaki suyun kütlesi. Beherden konulan su için $M_2 = m_3 - m_2$ ise, kalorimetre içine koyulan t_2 sıcaklığındaki suyun kütlesi. Sıcak suyun verdiği ısı, soğuk suyun ve kalorimetre sisteminin aldığı ısıya eşit olacağından

$$M_2(t_2 - t) = (M_1 + W)\,(t - t_1)$$

yazabiliriz. Buradan,

$$W = M_2 \frac{(t_2 - t)}{(t - t_1)} - M_1$$

bulunur ve ölçülen değerler yerine koyularak W hesaplanır.

Kütleler (gr)					Sıcaklık (^oC)			W($cal/^oC$)
m_1	m_2	m_3	M_1	M_2	t_1	t_2	t	
Ortalama W=								

SORULAR

1. Isı ve sıcaklık arasındaki farklar nelerdir? Isı ve sıcaklık birimlerini ifade ediniz.

2. Bir cismin özgül ısısını ve ısı sığasını tarif ediniz. Bu iki büyüklüğün birimlerini yazınız.

3. Isı sığasına ‘su cinsinden değer’ denmesinin sebebi nedir?

4. Kalorinin tanımını yapınız?

DENEY NO: 2

KATILARIN ISINMA ISILARININ BELİRLENMESİ

Amaç:

1) Isıtılmış bakır (Cu), kurşun (Pb) veya cam tanelerin soğuk su ile karıştırılması ve karışım sıcaklığının ölçülmesi.

2) Bakır, kurşun ve camın öz ısısının belirlenmesi.

Teori:

Bir cismin sıcaklığı onun moleküllerinde depolanan enerjinin bir ölçüsüdür. Bir sıvı veya katının sıcaklığı artırıldığında, enerji kazanan moleküller genel olarak daha büyük genliklerde titreşirler. Verilen bir molekülün titreşim genliğindeki bu büyüme, bu moleküle yakın olan moleküllerin ortalama olarak daha büyük bir uzaklıkta kalmalarına sebep olur. Bunun sonucu olarak da, katı veya sıvı genleşir. Bir maddenin ısıyı iletme yeteneği onun atomik yapısına bağlıdır. Metaller içlerinde oldukça serbest hareket edebilen elektronlara sahiptirler. Bu elektronlar metalin içinde hareket ederken metalin bir bölgesinden ötekine ısıl enerji taşır. Bundan dolayı, metaller içlerinde çok sayıda serbest elektron bulunduğu için kusursuz ısı iletkenleridir.

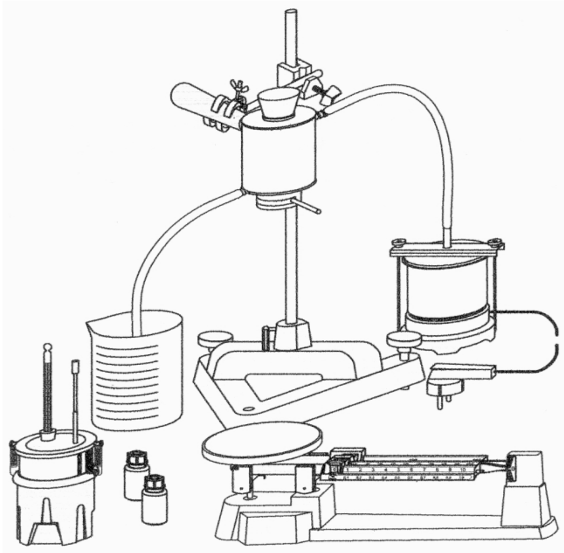
Belirli bir sıcaklıktaki farklı cisimlerin sıcaklıklarını eşit miktar yükseltmek için bu cisimlere değişik ısı miktarları vermek icab eder. ΔT sıcaklık değişmesi için cisme verilmesi gereken ΔQ ısı miktarının sıcaklık değişimine oranı, yani

$$K = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

olarak tanımlanan K'ya ısı kapasitesi (ısı sığası)denir. Şu halde **ısı kapasitesi**, bir birim derece sıcaklık değişimi başına cisme verilen veya ondan alınan ısı miktarıdır". Birimi kcal/^{o}C veya cal/^{o}C'dir. Bir cismin birim kütlesi başına ısı kapasitesine ise **spesifik ısı** (özgül ısı veya ısınma ısısı) denir. O halde cismin c ısınma ısısı

$$c = \frac{K}{m} = \frac{\Delta Q}{m\Delta T}$$

olur. Bir cismin termik özelliklerini belirten spesifik ısı, "birim kütlenin sıcaklığını bir birim derece değiştirmek için cisme verilmesi veya cisimden alınması gereken ısı miktarı" olarak tanımlanır.



Şekil 1. Katıların özısısının tayini deney düzeneği

DENEYİN YAPILIŞI

1) Buhar üreticiye su doldurunuz. Dikkatlice aleti kapatınız ve silikon boru sistemiyle ısıtma aletinin en üstteki (buhar girişi) boru bağlantısını yapınız.

2) Boru sistemini ısıtma aletinin altındaki boru bağlantısına takınız ve diğer ucunu bir cam beher içine uzatınız. Silikon boru sisteminin tüm bağlantılarını tekrar kontrol ediniz.

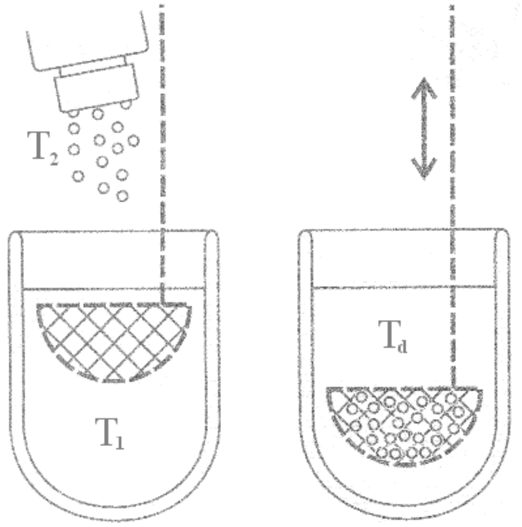
3) Özısısı tayin edilecek katı cisimden m_2 gram alınız, üstteki kabın içerisine koyup buhar üreticiyi şehir şebekesine bağlayarak ve buhar ile 20-25 dakika ısıtınız.

4) Bu arada boş Dewar kabının kütlesini ölçünüz ve içine yaklaşık m_1=180 gr su koyunuz ve içine termometre koyarak kapağını kapatınız ve T_1 sıcaklığını ölçünüz.

5) Buhar ile T_2=100 ^oC'ye ısıtılan tanecikleri dewar kabının kapağını açarak hızlı bir şekilde tasarlanan bölmeye yerleştiriniz ve kapağını kapatınız.

6) Kabın içindeki suyla tanecikleri karıştırınız ve ısı alış verişi sonunda sıcaklık artışı durana kadar bekleyiniz ve bu denge sıcaklığını T_d ölçünüz.

7) (2) ifadesinde ölçtüğünüz değerleri yerine yazarak katı cismin öz ısısını bulunuz.



Şekil 2. T_2 sıcaklığındaki bilyeler ile T_1 sıcaklığındaki suyun karıştırılması ve T_d sıcaklığının bulunması

Sıcak katı cismin verdiği ısı, soğuk suyun ve kalorimetre kabının aldığı ısıya eşit olacağından,

$$Q_{alınan}=Q_{verilen}$$

$$m_2 c_2 (T_2 - T_d) = (m_1 c_{su} + K)(T_d - T_1) \quad (1)$$

yazabiliriz. Burada K kalorimetre kabının ısı sığası(ısı kapasitesi) yani su eşdeğeridir ve K=$m_K.c_{su}$ ile verilir (c_{su}= 1 cal/g. ^oC=4,19 kJ/(K.kg)). Buradan,

$$c_2 = \frac{(m_1 + m_K)(T_d - T_1)}{m_2 (T_2 - T_d)} \quad (2)$$

bulunur ve ölçülen değerler (2)'de yerine koyularak katı cismin özısısı hesaplanır.

Tablo 1: Bazı katıların ve sıvıların ısınma ısıları

ISINMA ISILARI					
Alkol	0.58	Civa	0.093	Krom	0.10
Altın	0.031	Çelik	0.11	Kurşun	0.031
Alüminyum	0.217	Çinko	0.092	Mermer	0.21
Aseton	0.55	Eter	0.55	Parafin	0.77
Bakır	0.093	Font	0.13	Platin	0.032
Benzin	0.42	Gliserin	0.55	Pirinç	0.094
Bronz	0.086	Gümüş	0.056	Zeytinyağı	0.31
Cam	0.200	Kalay	0.55	Petrol	0.51

Deneyde Dikkat Edilecek Hususlar:

1. Deneyde ısı kayıplarının önlenmesine çok dikkat etmek lazımdır. Bunun için bilhassa katı cismi attıktan sonra ortak sıcaklığı tayin ederken kalorimetre kapalı olmalıdır.

2. Sıcak cismin kalorimetreye atılışı çok çabuk olmalıdır. Katı tek parça halinde ise şekli küresel veya yuvarlak olmalı ve sıcak sudan çıkarılınca çabucak üzerindeki suyun akması sağlanmalıdır.

NOT: Bu deney farklı katılar kullanılarak da yapılabilir. Fakat bu durumda bütün ölçümlerin doğru bir şekilde en baştan tekrarlanması gerekir.

Ölçüm ve Hesaplama Tablosu

Madde	Suyun kütlesi m_1 (gr)	Katının kütlesi m_2 (gr)	Kalo. kabı su eşdeğeri m_K (gr)	T_1	T_2	T_d	c_2 kj/(K.kg)	Literatür c_2 kj/(K.kg)
Kurşun	180							
Bakır								
Cam								

Sorular

1) Isı sığası ve özgül ısı kavramlarını açıklayınız.

2) Yalıtılmış bir kabın içindeki 20 ^oC sıcaklığındaki 0,70 kg suyun içine sıcaklığı 97 ^oC olan 1,25 kg kurşun atılıyor. Çevreyle ısı alışverişi olmadığını varsayarak kurşun-su sisteminin son sıcaklığını bulunuz.

DENEY NO: 3

SIVILARDA GENLEŞME KATSAYISININ BELİRLENMESİ

Amaç: Bir sıvının genleşme katsayısının belirlenmesi

Teori:

Bir cismin sıcaklığı onun moleküllerinde depolanan enerjinin bir ölçüsüdür. Bir sıvı veya katının sıcaklığı artırıldığında, enerji kazanan moleküller genel olarak daha büyük genliklerde titreşirler. Verilen bir molekülün titreşim genliğindeki bu büyüme, bu moleküle yakın olan moleküllerin ortalama olarak daha büyük bir uzaklıkta kalmalarına sebep olur. Bunun sonucu olarak da, katı veya sıvı genleşir. Küçük sıcaklık aralıklarında bu kuralın bazı dikkate değer istisnaları olmakla birlikte (örnek olarak su; 0'dan 4 ^{0}C'ye kadar büzülür), faz değişimi olmadan sıcaklığın artması ile cisimlerin genleşeceğini ifade eden bu kural genel olarak geçerlidir. Açıkça, bir bina veya köprüde metalin ısıl genleşmesi, günlük hayatta çok büyük bir öneme sahiptir. Eğer ısıl genleşmeye karşı önceden tedbir alınmazsa, demiryolu rayları ve beton anayollar sıcak yaz güneşinin etkisi altında bükülür, bunun için, bir maddenin sıcaklıkla nasıl genleşeceğini bilmek gerekir.

Cisimlerin sıcaklığı artınca hacmi de artar. Bir cismin birim hacmindeki kısmının sıcaklığını bir santigrat derecesi arttırdığımız zaman hacminin arttığı miktara cismin genleşme katsayısı denir. Mesela genleşme katsayısı 0,09 olan bir cismin sıcaklığı 1 ^{0}C artarsa

1cm^3	0,09 cm^3
1m^3	0,09 m^3

artar. Buna göre genleşme katsayısının birimi, seçilen hacim birimi cinsinden ifade edilir ve hacim birimi ne olursa olsun bu değer bu cisim için sabittir.

0 ^{0}C'de hacmi (V_0), genleşme katsayısı (a) olan bir cismi (t ^{0}C)'ye kadar ısıtırsak bu derecedeki hacmi

$$V_T = V_0 + V_0 at = V_0(1+at) \qquad (1)$$

olur. Buradan (a)'yı çözersek

$$a = \frac{V_t - V_0}{V_0 t}$$

bulunur (deney sabit basınç altında yapıldığı ve deney müddetince basıncın sabit kaldığı kabul ediliyor). Eğer cismin ilk sıcaklığı 0 ^{0}C değil de (t_1) ise ve (t_2) ye kadar ısıtılmışsa ve V_0 , t_1 sıcaklığındaki hacmi gösterirse,

$$a = \frac{V_t - V_0}{V_0(t_2 - t_1)} \qquad (2)$$

olur. Deneyle V_0, V_t, t_1, t_2 tayin edilirse (a) hesaplanabilir.

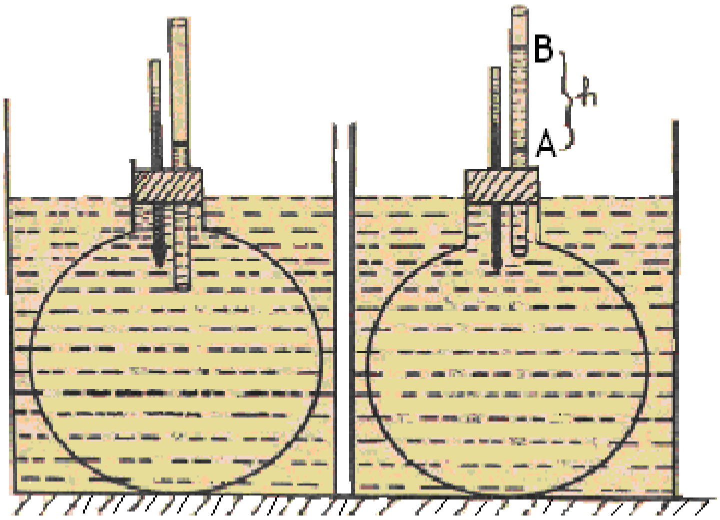
DENEYİN YAPILIŞI

Araç ve gereçler:

1- Cam balon
2- Lastik tıpa (iki delikli)
3- Yeter genişlikte iki tarafı açık cam boru
4- Cam balonu içine alabilecek büyüklükte bir kap
5- Genleşme katsayısı tayin edilecek sıvı (gaz yağı)
6- Termometre

Cam balona ağzına kadar sıvı doldurun. Tıpaya termometre ve cam boru takıldıktan sonra balonun ağzına yerleştirin. İçi sıvı dolu cam balon kaba konan laboratuar sıcaklığındaki su içine batırılır (Şekil 1).
Borudaki su seviyesini görebilmek için bunun tıpanın üstünde olması lazımdır. Eğer borudaki su tıpanın üst seviyesinden aşağıda ise üstten su ilave edilir, sonra cam borudaki sıvı seviyesi değişmeyinceye kadar beklenir ve termometreden sıvının sıcaklığı (t_1) okunur. Sıvının seviyesi cam boruya bağlanan bir iplikle veya ince bir lastiği boruya bağlayıp su seviyesine getirmekle; veyahut ta renkli bir kalemle su hizasında boruya bir işaret koymakla tespit edilir.

Başka bir kaba konan su (40-50) dereceye kadar ısıtılır. Balon soğuk sudan çıkarılıp ılık suya batırılır. Veya balon soğuk sudan çıkarılır, kaptaki suyun bir kısmı dökülür, üzerine yeteri kadar (70-80) dereceye kadar ısıtılan sıcak su dökülür, aynı kaba balon tekrar batırılır. Bu anda borudaki su seviyesi önce düşer, sonra yükselir. Eğer sıvı cam borudan taşacak şekilde yükseliyorsa kaptaki suya biraz soğuk su ilave edilir. Sıvının yükselmesi son bulunca buraya bir şey bağlamak veya işaret koymak suretiyle sıvının seviyesi tespit edilir. Sıvının genleşmesi durduğu, sıcaklığın sabit kaldığı, sıvı seviyesinin ve termometrenin değişmediğinden anlaşılır. Bu hal için sıvının sıcaklığı (t_2) termometreden okunur (Şekil 1).



Şekil 1

Balon ılık sudan çıkarılır, soğuk su içine konup borudaki sıvı seviyesi başlangıçtaki (en alt) seviyeye düşünceye kadar soğutulur (bu hal termometreden de kontrol edilir. İlk hale gelince termometre t_1'i gösterir). Sıvı dereceli kaba konup hacmi (V_1) ölçülür.

Cam borunun çapı kumpasla ve cam boru üzerinde iki işaret arası ($h=AB$) kumpas veya mm taksimatlı bir cetvelle ölçülür. Sıvının ısıtmakla artan hacmi cam borudaki sıvının yükselen miktarına eşittir.
Bu,

$$V_{t2} - V_{t1} = \pi r^2 h$$

ifadesinden hesaplanabilir. Burada r borunun yarıçapı, h iki işaret arasındaki uzaklıktır. Bu değer (2) nolu denklemde yerine konursa,

$$a = \frac{\pi r^2 h}{V_{t1}(t_2 - t_1)} \tag{3}$$

olur. Ölçülen değerler (3)'te yerine konup (a) hesaplanır.

Eğer sıvının genleşmesi esnasında kapta genleşmese idi, (a) için bulunan değer daha büyük olurdu. Bulunan bu değere sıvının görünür genleşme katsayısı denir. Sıvının hakiki genleşme katsayısını bulmak için buna kabın kübik genleşme katsayısını eklememiz gerekir:

$$a_k = a_g + b_k \tag{4}$$

Kabın kübik genleşme katsayısı (b_k) cetvellerden bulunur, görünür genleşme katsayısı (a_g) hesaplandığından bu değerler (4)'te yerine konup sıvının hakiki genleşme katsayısı (a_k) hesaplanır, böylece bulunan bu değerler aşağıdaki tabloda yerine yazılır.

Dikkat edilecek hususlar:

1- Cam boruya lastik tıpayı takarken alt uç, aşağıya doğru uzanmalı, aksi takdirde tıpa ile gazyağı arasında hava kabarcığı kalabilir.
2- Şişe sıvıya tamamen batmalıdır.
3- Sıvının boruda yükselişi dikkatle takip edilip, yükselme durunca seviye tesbit edilmelidir; fazla beklenirse sıvı alçalmaya başlayacaktır.
4- Aşağıdaki tablo doldurulur.

V_{t_1}	r	h	t_1	t_2	t_2-t_1	a

SORULAR

1- Genleşme nedir? Nasıl gerçekleşir?
2- Genleşme ile sıcaklık arasında nasıl bir ilişki vardır?
3- Deneyde soğuk sudan çıkarılıp sıcak suya konan balondaki borunun su seviyesi niçin önce düşer ve sonra yükselir?

KALORİNİN JOULE CİNSİNDEN EŞDEĞERİNİN ÖLÇÜLMESİ

Amaç:

Elektriksel enerji yardımıyla kalorinin joule cinsinden eşdeğerinin bulunması.

Teori:

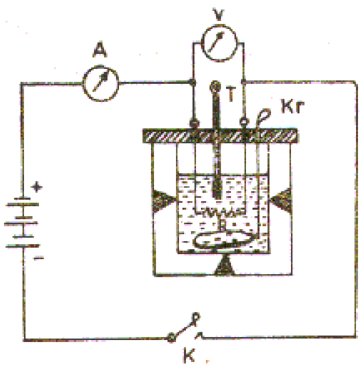
Cinsi ne olursa olsun herhangi bir miktar enerji ısıya çevrilirse bu enerji miktarının, meydana gelen ısı miktarına oranı daima sabittir. Bu sabit oran (J) ile gösterilir ve "kalorinin mekanik eşdeğeri" adını alır. E Joule'lük enerji karşılığında elde edilen ısı miktarı Q kalori ise,

$$J = \frac{E}{Q} \tag{1}$$

dur. İçinden akım geçen bir iletkende açığa çıkan ısı miktarı, bu iletken üzerinde harcanan elektrik enerjisinin karşılığıdır. İki ucu arasında V voltluk potansiyel farkı bulunan bir iletkenden t saniye süreyle i amperlik akım geçirmek için harcanması gereken elektrik enerjisi,

$$E = V\, i\, \mathrm{t} \tag{2}$$

joule'dür.



Şekil

A: Ampermetre, V: Voltmetre, K: Anahtar, T: Termometre

Kr: Karıştırıcı, R: İçinden akım geçen iletken

Bir kalorimetre kabındaki m gram saf suyun sıcaklığını $t_1\ {}^0C$'den $t_2\ {}^0C$'ye çıkarmak için gerekli ısı miktarı,

$$Q = (m.c + W)\,(t_2 - t_1) \qquad (3)$$

kaloridir. Elde edilen eşitliklerden (2) ve (3) denklemleri (1)'de yerine yazılırsa,

$$J = \frac{V\,i\,t}{(m.c + W)\,(t_2 - t_1)} \qquad (4)$$ ifadesine ulaşılır.

DENEYİN YAPILIŞI

Deneyde yapılacak işlemler sırasıyla aşağıdaki gibidir;

1. Şekil 1'deki devre kurulur.

2. Kalorimetre kabı boş iken tartılır (m_1 gram), sonra üçte ikisine kadar saf su ile doldurularak tekrar tartılır (m_2 gram). Kalorimetredeki su miktarı $m = m_2 - m_1$ gramdır.

3. Kalorimetredeki suyun ilk sıcaklığını ölçmek için termometre suya daldırılır fakat termometre kaba tamamen bırakılmaz yalnızca su ile teması sağlanır ve sıcaklık değişimi termometreden izlenir. Sıcaklığın sabit kaldığı t_1 değeri dikkatle okunarak yazılır.

4. Daha sonra üreteç 5V'a ayarlanır ve devreye akım verilmek üzere K anahtarı kapatılırken kronometre de çalıştırılır. Devreden geçen akım A ampermetresinden, R iletkeninin iki ucu arasındaki potansiyel farkı V voltmetresinden okunarak kaydedilir. Devreye akım verildiği anı izleyen 5. dakikanın sonunda K anahtarı açılarak akım kesilir. Daha sonra kalorimetre kabındaki suyun sıcaklığı t_2 son derece hızlı bir şekilde okunarak kaydedilir.

5. Ölçülen değerler (4) bağıntısında yerine koyularak *J* hesaplanır. Kalorimetrenin su cinsinden değeri *W*, kalorimetre kabının üzerinde yazılıdır.

6. Deneyi 6, 8 ve 10 dakikalar için tekrarlayınız ve ortalama *J* değerini bulunuz.

7. Hesaplanan *J* değeri teorik *J* değeri olan 4,18 değeri ile karşılaştırılır.

8. Hesaplanan *J* değerlerinin tersi alınarak hata hesabı yapılır. (1 joule= 0,238 cal)

SORULAR

1. Enerji nedir ve kaç türlü enerji vardır?
2. Enerjinin korunumu ilkesini yazınız.
3. Isının mekanik eşdeğeri neye denir?
4. Isı ve sıcaklık arasındaki farkı belirtiniz ve bu iki büyüklüğün birimlerini yazınız

KATI CİSİMLERİN TERMAL GENLEŞMESİ

Amaç:

Cam, çelik veya pirinç borunun lineer termal genleşmesinin ölçülmesi ve lineer genleşme katsayılarının belirlenmesi.

Teori:

Bütün maddeler ısınınca genişlerler. Katılarda bu, boyutların artması şeklinde olur ve gazlarda ise, bir hacim artması şeklinde kendisini gösterir. Bu deneyse sadece katıların boyca lineer genleşmeleri incelenecek ve uzama katsayısı bulunacaktır. Sıcaklık değiştiğinde tek boyuttaki, örneğin cismin yalnızca uzunluk, kalınlık veya genişlediğinde oluşan değişmeye **çizgisel genleşme** (lineer genleşme) veya kısaca uzama denir. Sıcaklığın ΔT kadar değişmesi cismin l_0 boyutunda Δl kadar değişikliğe neden olursa, deneyler birim uzunluktaki $\Delta l / l_0$ değişme miktarının ΔT ile orantılı olduğunu gösterir. α orantı katsayısı ise

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \alpha \Delta T \qquad (1)$$

dir. Bu bağıntıdaki α'ya **çizgisel (lineer) uzama katsayısı** denir. Katılarda kristal yapıyı oluşturan atomlar arasındalki kuvvetler maddeye göre değiştiğine göre α çizgisel uzama katsayısı da her madde için farklı değerdedir. Bu katsayı

$$\alpha = \frac{1}{l_0}\frac{\Delta l}{\Delta T} \qquad (2)$$

Şeklinde ifade edilir ve genellikle "1 ^{o}C sıcaklık değişmesi için birim uzunluktaki değişme miktarı" olarak tanımlanır. Dolayısıyla α'nın pratikteki birimi 1/ ^{o}C'dır. Ancak α'nın tanımında ΔT'den söz edildiğine göre, birim olarak 1/^{o}K'de kullanılabilir.

Öte yandan α uzama katsayısının değeri sıcaklıkla değişir; fakat bu değişim, genellikle çok az olduğundan belirli sıcaklık aralıklarında maddenin $\tilde{\alpha}$ ortalama uzama katsayısı sabit kabul edilebilir. Dolayısıyla (2) bağıntısı

$$\alpha = \tilde{\alpha} = \frac{1}{l_0}\frac{\Delta l}{\Delta T} = \frac{1}{l_0}\frac{l - l_0}{\Delta T} \qquad \text{veya} \qquad l = l_0(1 + \alpha \Delta T) \qquad (3)$$

şeklinde ifade edilebilir. Oda sıcaklığı (t_1) ve buhar sıcaklığı (t_2) arasında verilen bir sıcaklık farkı için boyca değişim (Δl), oda sıcaklığında tüm uzunluk l_1 ile orantılıdır.

$$\Delta l \propto l_1 \qquad (4)$$

Açıkça söyleyebiliriz ki;

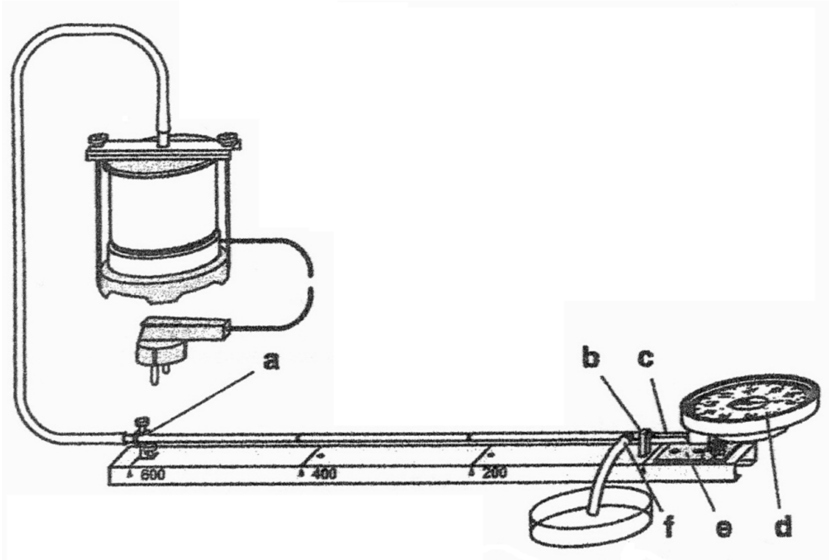
$$\alpha = \frac{\Delta l}{l_1} \cdot \frac{1}{t_2 - t_1} \qquad (3)$$

Bu deneyde termal genleşmenin ölçümleri içinden buhar geçen pirinç, cam veya çelik ince borularla sağlanır. Her bir borunun ilk boyu (l_1)genleşme aparatının üzerindeki 200, 400 ve 600 mm değerleriyle uygun bir şekilde ayarlanacaktır. 0,01 mm'lik skalalı bir ibreli cihaz uzunluktaki değişimi ölçmek için kullanılacaktır.

DENEYİN YAPILIŞI:

Deney düzeneği Şekil 1'deki gibidir.

- Kadranlı göstergeyi(d) şekildeki gibi çubuğun uç kısmına(c) yerleştiriniz.
- Genleşme aparatını 600 yazan kısma sabit konumda birleştirin(a) ve sabit tutucunun içine doğru pirinç boruyu kaydırınız.
- Pirinç tüpün kapalı sonunu hortum ucu (f) yandan aşağıya doğru çevirmek için kılavuz bağlantısının içine kaydırın(b).
- Pirinç boruyu sabit (a) mesnet içine sabitleştirmek için vidayı sıkıştırın. (vida borunun piston oyuğu ile iç içe geçmek zorundadır).
- Silikon borudan 20 cm kesin, hortum ucun (f) üzerine kaydırın ve yoğunlaşmayı tutmak için altına bir Petri kabı yerleştirin.
- Buhar jeneratörü uygunsuz kullanıldığında ısınması tehlikelidir. Bu nedenle aparatı kullanmadan önce buhar jeneratörünün sıkıca kapatıldığından emin olunuz.



Şekil 1. Katıların genleşme katsayısının tayini deney düzeneği

Deneyde yapılacaklar maddeler halinde sırayla aşağıdaki gibidir;

1. Bir termometreyle oda sıcaklığını (t_1) belirleyiniz.
2. Kadranlı göstergenin sıfır konumunu okuyup yazınız.
3. Borunun üzerindeki sabitleme mesnedini ilk önce 600 konumuna getiriniz.
4. Buhar jeneratörünü 2 cm civarında suyla doldurup aparatı sıkıca kapatınız ve fişi prize takınız.
5. Buhar boruyu ısıtıp genleşmesine ve boyca uzamasına sebep olacaktır. Bu Δs uzamasını 0,01 mm'lik skalaya sahip kadranlı göstergeden okuyunuz ve yazınız.
6. Pirinç borusunun oda sıcaklığına soğumaya bırakınız.
7. Daha sonra genleşme aparatının sabit mesnetini 400 konumuna getirin ve vidayı sıkıştırınız.
8. Buhar jeneratörünü tekrar suyla doldurun ve kadranlı göstergenin sıfır konumunu kontrol ediniz ve ölçümü tekrarlayınız.
9. Sabit mesneti 200'e getiriniz ve deneyi tekrarlayınız.
10. Pirinç boruyla çelik borunun yerini değiştiriniz, sabit mesneti 600'e getirip deneyi tekrarlayınız.
11. Aynı ölçümleri cam boru için de yapınız.

Tablo 1. Ölçüm ve hesaplama tablosu: Malzemenin efektif uzunluğu l_1'in bir fonksiyonu olarak t_1 oda sıcaklığı ve t_2 buhar sıcaklığı arasında Δs lineer genleşmesi

Materyal	l_1 (mm)	Δl	α. (K^{-1})
Pirinç	600		
Pirinç	400		
Pirinç	200		
Çelik	600		
Çelik	400		
Çelik	200		
Cam	600		

Tablo 2. Bazı materyaller için α lineer genleşme katsayısının literatürdeki değerleri.

		Ölçülen	Literatür
Materyal	l_1 (mm)	α. (K^{-1})	α. (K^{-1})
Pirinç	600	$18{,}1.10^{-6}$	18.10^{-6}
Cam	600	$3{,}1.10^{-6}$	3.10^{-6}
Çelik	600	$12{,}2.10^{-6}$	11.10^{-6}
Kurşun	-	-	29.10^{-6}
Bakır	-	-	17.10^{-6}
Demir	-	-	12.10^{-6}
Platin	-	-	9.10^{-6}

SORULAR

1. Isı ve sıcaklık arasında farkı belirtiniz ve birimlerini yazınız.

2. Sıcaklıkla uzama katsayısını tarif ediniz ve birimini yazınız.

3. Bir cismin boyca uzama katsayısı ile hacimce genleşme katsayısı arasında ne bağıntı vardır?

4. 25 ^oC'de bir çelik çubuğun dış çapı 3 cm ve bir pirinç halkanın iç çapı 2,992 cm'dir. Bunlar hangi sıcaklıkta olduklarında halka çubuğa geçirilebilir?

BOYLE-MARIOTTE KANUNU

Amaç:,

Boyle- Mariotte kanununun gerçeklenmesi.

Teori:

Bilindiği gibi sıcaklık arttığında sıvı atom veya molekülleri arasında zaten zayıf olan bağ kuvvetleri daha da azalır. Belirli bir sıcaklıkta ise sıvı atom veya molekülleri arasındaki çekici kuvvetler hemen hemen yok olur. Bu taktirde madde sıvı halden gaz haline geçer. Dolayısıyla aralarında hiçbir bağ kuvveti kalmaya atom veya moleküller, başka bir deyişle gazlar bulundukları ortamı tamamıyla doldururlar. Ancak basınç etkisiyle gazlar kolaylıkla sıkıştırılabilirler.

İdeal gazların kinetik teorisi'ne göre **gazlar**; hızları mutlak sıcaklıkta artan, aralarında çekim kuvveti bulunmayan, sonsuz küçük esnek kürecikler halindeki moleküller topluluğudur. Kütlelerine ve gazın sıcaklıklarına bağlı oldukça büyük hızlarla durmaksızın uçuşan bu moleküller, birim zamanda milyonlarca defa gerek birbirlerine ve gerekse bulundukları kabın duvarlarına çarparlar. Tam esnek olan bu çarpışmaların bir sonucu olarak gaz basıncı doğar. Şüphesiz bu basınç, gazın sıcaklığından başka birim hacimdeki molekül sayısı ile de orantılıdır.

Gerek kinetik teori ve gerekse deneyler ideal gaz özellikleri mevcut olduğunda, sıcaklık sabit tutularak hacmi değiştirildiğinde gaz basıncının değiştiğini ve basınç ile hacim çarpımının yaklaşık sabit kaldığını göstermektedir. Başka bir deyimle, bazı şartlarda "sabit sıcaklıkta belirli kütledeki bir gazın hacmi basıncıyla, veya basıncı hacmiyle ters orantılıdır". Buna **Boyle-Moriette kanunu** denir ve P basıncı, V hacmi göstermek üzere bu kanunu,

$$P.V=k \text{ (sabit)} \qquad (1)$$

şeklinde yazabiliriz. Gazın kütlesi değişirse k sabiti de değişir.

Diğer taraftan deneyler, bazı şartlarda "gazın basıncı sabit tutularak sıcaklığı değiştirildiğinde gaz hacmi ile sıcaklığın doğru orantılı olarak değiştiğini" göstermektedir. Buna çok zaman, **Charles kanunu** denir ve sabit basınçta V/T=sabit şeklinde ifade edilir. Diğer taraftan deneyler, bazı şartlarda "gazın hacmi sabit tutularak sıcaklığı değiştirildiğinde basınç ile sıcaklığın doğru orantılı olduğunu" da ortaya koymuştur. Buna da, genellikle **Gay-Lussac kanunu** denir ve sabit hacimde P/T=sabit bağıntısı geçerli olur.

Bu üç kanun birleştirilerek $\frac{P.V}{T} = r = sabit$ ile ifade edilen genel hal denklemi denir. Bu denkleme tam uyan gazlara **ideal gaz** denir. Ancak genellikle "düşük basınç ve geniş hacimlerde" tüm gazlar ideal gaz gibi davranırlar. Gazın cinsine ve kütlesine bağlı olan bu r sabitine, genellikle spesifik gaz sabiti denir. Bilindiği gibi normal şartlar altında yani T_0=273 ^oK (t=0 ^oC) sıcaklıkta ve P_0=1 Atm= 1,013.10^5 N/m^2 basınçta 1 mol miktarındaki bütün ideal gazlar V_0=22,4 lt ve 1 kmol miktarındakiler ise 22,4 m^3 hacim kaplarlar. Ayrıca 22,4 lt'lik hacimdeki atom veya molekül sayısı da sabit olup N_A=6,02.10^{23}'dir. bu sayı "Avagadro sayısı"dır. 1 kmol gaz miktarı için Avagadro sayısı ise N_A=6,02.10^{26}'dır. Bu taktirde 1 kmol veya 1 mol miktarındaki herhangi bir ideal gaz için

$$R = \frac{P_0.V_0}{T_0} = 8314\ J/(kmol.^oK) = 8,314\ J/(mol.^oK) \qquad (2)$$

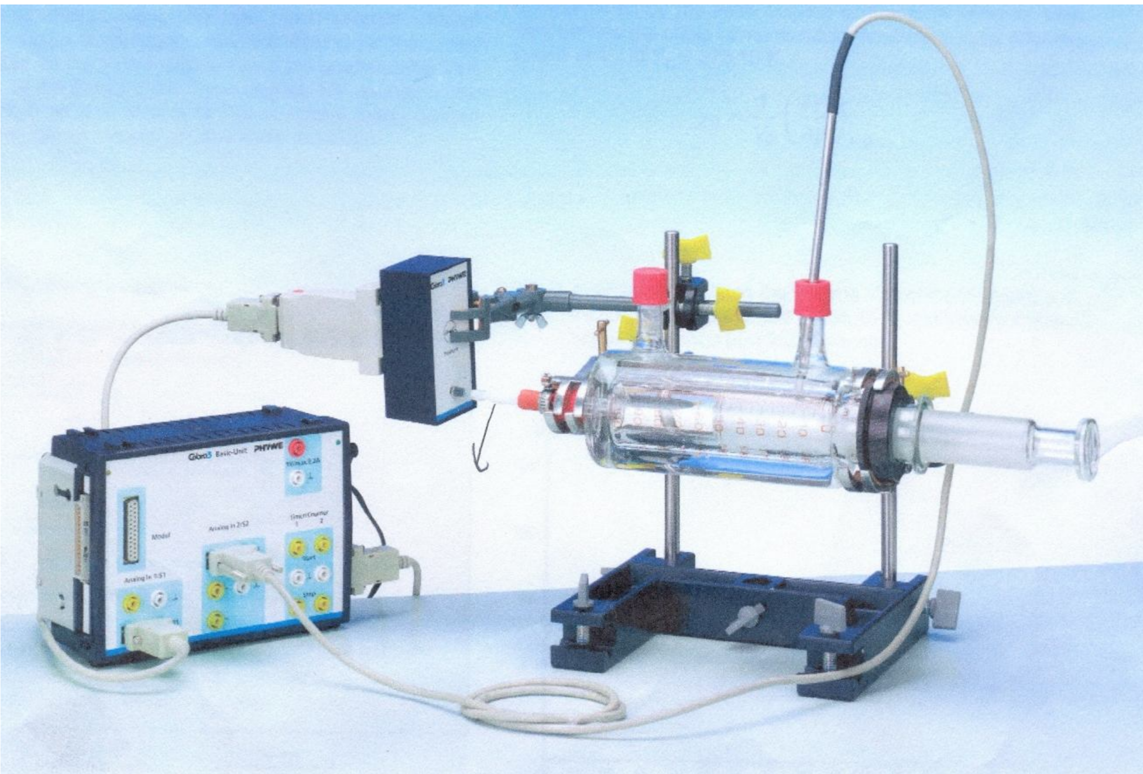
olup sabittir. Bütün ideal gazlar için aynı değerde olan bu R sabitine, genellikle evrensel gaz sabiti denir. Şu halde, genel olarak n kmol veya mol kadar gaz miktarı için genel hal denklemi

$$P.V=n.R.T \qquad (3)$$

şeklinde ifade edilir.

DENEYİN YAPILIŞI

Deney düzeneği Şekil 1'de gösterilmiştir. Gaz şırıngasını cam cekete takarak yatay olarak tespit ediniz. Pistonu 50 ml'ye ayarlayınız. Gaz şırıngası üzerindeki cam boru üzerine kısa bir hortumu bir hortum kelepçesi ile hava kaçırmayacak şekilde sıkıştırarak redüksiyonlu adaptörün ince bağlantı ucunu basınç ölçüm cihazının sensörüne ince hortum parçası ile bağlayınız.



Şekil 1. Boyle-Moriotte Kanunu deney düzeneği

Cihazın gaz geçirmediğini kontrol etmek için, pistonu gaz şırıngasının silindiri içerisine doğru biraz itiniz ve sonra tekrar orijinal pozisyonuna çekiniz. Gaz şırıngası içindeki basınç, bu sıkışma ve daha sonraki genleşme sonucunda değişmemelidir.

Bu kontrolden sonra, cihazın içerisindeki basıncı, manometrede okunan değer ile uyuşuncaya kadar pistonu hareket ettirerek ayarlayınız. Basınç ve hacim değerlerini kaydediniz. Şimdi pistonu yavaşça ileriye doğru 2 ile 3 ml'lik kademeler ile iterek, her bir kademede basınç ve hacim okuma değerlerini ölçüm ve hesaplama tablosuna kaydediniz. Sonuçları değerlendirmek üzere, her bir hacmi ilgili basınç ile çarparak ölçüm ve hesaplama tablosuna giriniz.

Daha sonra P'ye karşı V ve P-1/V grafiklerini çiziniz ve grafikleri yorumlayınız. İkinci grafiğin eğimi k sabitini vermelidir. Bu k değerini ve n=2,086 mmol, T=295,15 K değerlerini kullanarak genel gaz sabiti R'yi bulunuz ve gerçek değeriyle karşılaştırınız(R=8,31441 N.m.K^{-1}.mol^{-1}=8,31441 J.K^{-1}.mol^{-1}) ve hata hesabı yapıp hatanın nereden kaynaklanabileceğini açıklayınız.

Ölçüm ve Hesaplama Tablosu

V (ml)	P (hPa)	P.V (N.m)

SORULAR

1. Basınç nedir? Tanımlayınız ve birimlerini yazınız.

2. Kinetik teoriye göre gazların yapısını izah ediniz.

3. Boyle-Mariotte kanununu kısaca açıklayınız.

4. Sabit hacimdeki bir gazın basıncı sıcaklıkla değişir mi? Niçin?

5. Açık hava basıncı nasıl meydana gelir?

6. (1) bağıntısındaki k sabitinin iş boyutunda olduğunu gösteriniz.

7. R evrensel gaz sabitinin cal. $K^{-1}.mol^{-1}$ birimindeki değeri nedir?

DENEY NO: 7

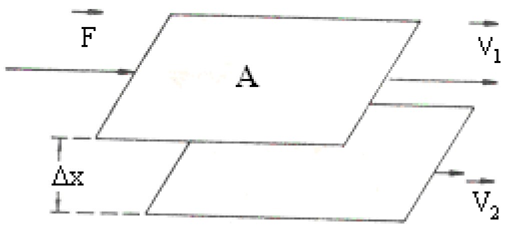
SIVILARDA İÇ SÜRTÜNME (VİSKOZİTE) KATSAYISININ STOKES METODU İLE ÖLÇÜLMESİ

Amaç:

Sıvıların (gliserin, zeytinyağı, hintyağı,....vb) viskozite katsayılarının Stokes metoduyla ölçülmesi.

Teori:

Viskozite, farklı hıza sahip komşu sıvı tabakaları arasındaki iç sürtünmedir ve hareket halindeki sıvılarda veya bir sıvı ile temasta olan cisimlerin hareketlerinde önemli rol oynar.
Şekil l'deki gibi, bir sıvı içinde aralarındaki uzaklık Δx, karşılıklı yüzeyleri A olan birbirine paralel iki düzlem levha göz önüne alalım. Üstteki levhaya bir F kuvveti uygulayıp V_1 hızı kazandırdığımızda, iç sürtünme nedeniyle sıvı tabakaları da yukarıdan itibaren gittikçe azalan hızlar kazanarak alt levhayı en küçük V_2 hızıyla hareket ettirirler.



Şekil 1. Bir sıvı içerisinde iki düzlem levhanın hareketi

Bu levhalar arasında $\Delta v = V_2 - V_1$ hız farkı oluşturmak için mesela üsteki levhaya uygulanması gereken kuvvet

$$F = \eta\,(\Delta v / \Delta x) A \qquad (1)$$

dır. Burada η (eta) ya sıvının **viskozite katsayısı** denir ve şöyle tarif edilebilir: aralarındaki uzaklık 1 cm olan 1 cm^2'lik paralel iki sıvı tabakası arasında 1 cm/s'lik hız farkı hasıl eden kuvvet viskozite katsayısına sayıca eşittir. Buna göre η'nın birimi [**g/(cm.s)**] olacaktır ki *Poiseuille'*ün adına saygı amacıyla bu birime kısaca "**poise**" denir. MKS'de ise birimi kg/m.s (10 poise)'dir. Sıvıların viskozitesi sıcaklıkla azalır gazlarınki ise artar.

Bazı sıvıların viskozite katsayıları şöyledir; Su : 0,01 poise, Yağlar (kabaca): 1 poise, Bal : 100 poise, Katran : 1000 poise.

η dinamik viskozite katsayısının sıvının ρ_s yoğunluğuna oranına ise "kinematik viskozite" adı verilir.

Yani $\eta_k = \dfrac{\eta}{\rho_s}$ dir. (2)

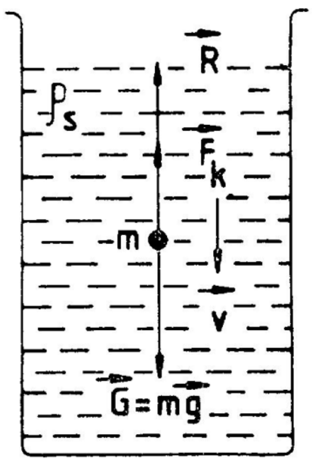
Kinematik viskozite birimi ise cm^2/s (stokes)'dir. Teknikte ise yağların kinematik viskozite katsayısı Engler derecesi birimi ile verilir (1 Engler $\cong$ 0,076 Stokes). Unutulmamalıdır ki viskozite sıcaklığa bağlıdır ve sıcaklıkla ters orantılı olarak değişir.

Stokes Kanunu:

Viskozite katsayısı η olan bir sıvı içerisine, r yarıçaplı bir bilye bırakılırsa bilye sabit v **limit hızıyla** düşerken bilyeye zıt doğrultuda

$$R = 6\pi.\eta.\mathrm{v}.r \tag{3}$$

ile verilen sürtünme kuvveti etki eder. Bu ifade **Stokes Kanunu** olarak bilinir.



Şekil 2. Sıvı içerisinde düşen bilyeye etkiyen kuvvetler

Şekil 2'den görüleceği üzere F_k kaldırma kuvveti olmak üzere kuvvetlerin dinamik dengesinden,

$$G = R + F_k \Rightarrow mg = 6\pi\eta\mathrm{v}.r + V.\rho_s.g \tag{4}$$

yazılır. V= $\frac{4}{3}\pi$ r^3 bilyenin hacmidir ve (4) bağıntısından

$$\mathrm{V}\rho\,\mathrm{g} = 6\pi\eta\,\mathrm{v.r} + \mathrm{V}.\rho_s.\mathrm{g} \Rightarrow \mathrm{V}(\rho-\rho_s).\mathrm{g} = 6\pi\eta\,\mathrm{v.r}$$

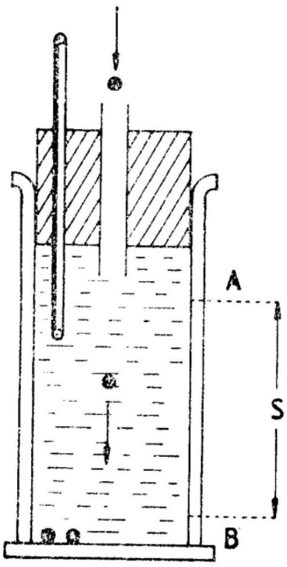
$$\frac{4}{3}\pi\,\mathrm{r}^3(\rho-\rho_s).\mathrm{g} = 6\pi\eta\,\mathrm{v.r} \Rightarrow 9\eta\,\mathrm{v} = 2\mathrm{r}^2(\rho-\rho_s).\mathrm{g}$$

$$\eta = \frac{2g}{9v}(\rho - \rho_s)r^2 \quad \text{(poise)} \tag{5}$$

bulunur.

DENEYİN YAPILIŞI

Uzunca bir ölçü kabına viskozite katsayısı bulunacak sıvı (burada gliserin) konmuştur (Şekil 3).



Şekil 3. Viskozite tayini düzeneği

Kabın üzerine S yolunu belirten A ve B işaret halkaları çizilmiştir. Ölçü kabı mantarının ortasına küçük bilyelerin rahatça geçebileceği bir cam boru ve yanına sıvının sıcaklığını ölçmek için bir termometre konulmuştur.

Viskozite katsayısını ölçmek için sırasıyla aşağıdaki işlemleri yapınız;

1) Verilen 10 tane bilyenin her birinin çapları mikrometre ile ölçülür ve bunların ortalamasından yarıçap r=Ort.çap/2 hesaplanır.

2) Daha sonra 10 adet bilyenin hepsi birden hassas tartıda tartılarak M toplam kütlesi belirlenir ve buradan da 1 bilyanın m=M/10 ortalama kütlesi bulunur.

3) Yukarıda elde edilen r ve m değerleri,

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi r^3}$$

bağıntısında yerine koyularak bilyelerin ortalama yoğunluğu (ρ) hesaplanır.

4) Sonra bilyelerden herbiri cam silindirdeki sıvı yüzeyine mümkün olduğu kadar yakın bir noktadan serbest düşmeye bırakılır. Bilya sıvı içinde önce hızlanan bir hareket yapar fakat hız çabucak bir limit değere (limit hıza) ulaşır. Hızın sabit olduğu bölgede cam silindir üzerine A ve B gibi iki işaret çizgisi çiziniz ve sıvıya bırakılan bilyelerin A noktasından B noktasına gidiş süresini kronometre ile ölçünüz. Ölçülen zamanların ortalaması alınarak ortalama düşme süresini hesaplayınız. Sıvı içerisinde her bir bilyenin kat ettiği S yolunu cetvelle ölçünüz, zaman ve alınan yol verilerinden ortalama düşme hızını bulunuz.

5) Burada kullanılan gliserinin yoğunluğu ρ_s=1,26 gr/cm^3 ve yerçekimi ivmesi 980 cm/s^2 alınarak (5) denkleminden viskozite katsayısını hesaplayınız.

6) Viskozite katsayısı sıcaklıkla değiştiği için laboratuar sıcaklığını termometreden okuyup sonucun yanına yazınız.

7) Deneyde kullandığınız sıvıyı ısıtarak üç veya dört farklı sıcaklıkta yukarıdaki işlemleri tekrarlayarak her bir sıcaklık için viskozite katsayılarını bulunuz ve η - T (^{o}C) grafiğini çizip grafiği yorumlayınız.

SORULAR

1. Viskozite nedir?
2. Viskozite katsayısını tarif ediniz ve birimini söyleyiniz.
3. Sıvıların ve gazların viskoziteleri sıcaklıkla nasıl değişir?
4. Yoğunluğu tarif ediniz ve birimini söyleyiniz.
5. (5) bağıntısını çıkarınız.
6. Bir akışkan içinde bulunan bir cisme etkiyen kaldırma kuvveti neye eşittir?

DENEY NO: 8

KALORİNİN JOULE CİNSİNDEN EŞDEĞERİNİN ÖLÇÜLMESİ

Amaç:

Kalorinin mekanik eşdeğeri (*J*)'nin, Joule kanunu'ndan faydalanarak ölçülmesi.

Teori:

150 yıl kadar önce bilim adamları ısı ve hareketten kaynaklanan işi birbirleriyle ilişkisi olmayan iki farklı olay olarak görüyorlardı. O zamanlar, yaygın bir şekilde ısının kalorik denilen kütlesiz sıvı benzeri bir maddenin akışı nedeniyle oluştuğuna inanılmaktaydı. Kalorik denilen bu maddenin cisimler içinde bulunduğuna ve cisimler küçük parçalara bölündüğünde, oluşan bu küçük parçaların bölünmemiş cisimler kadar kalorik tutamadığı için kaloriklerin aktığına inanırlardı. Kaloriklerin bu akışı ısı olarak adlandırılırdı. Yine o zamanlarda ısı miktarı, suyun sıcaklığını artırma cinsinden ölçülürdü. Bu nedenle 1 kalori, 1 g suyun sıcaklığını 14.5 ^{0}C den 15.5 ^{0}C ye çıkartmak için gerekli ısı miktarı olarak tanımlandı.

Bavaria Kontu Rumford, 1798 yılında iş ve ısı arasındaki ilişkiyi ilk kez ortaya koymuştur. Kont Rumford, hükümeti için top yapımı çalışmalarında, delici ekipmanın kullanılmaktan yıpransa bile ısı ürettiğini fark etmiştir. Bu nedenle ısı, metalin daha küçük parçalara bölünmesine bağlı değildir. Gerçekte bu, demir ve delici ekipmandan sınırsız miktarda bir ısı üretildiği anlamına gelir, bu durum ise ısının madde içinde bulunan kaloriğin serbest kalması sonucu meydana geldiği fikriyle çelişiyordu. Rumford ısı ve hareket arasında bir bağlantı olduğunu anladı. Elde ettiği sonuçlar gelecek için bir adım oldu ve gözlemlediği özelliklere göre ısının hareketin bir formu olduğunu ortaya koydu.

Joule'nin 1850'deki denemelerine kadar, Rumford'un ısının doğası ile ilgili görüşü popülerite kazanamadı. Joule, dikkatlice ölçülmüş bir iş miktarını, sürtünme aracılığıyla ısıya dönüştürülen bir dizi deneme ile gerçekleştirmiştir. Örneğin, Joule bir deneyinde, termal olarak (ısıl olarak) izole edilmiş su dolu bir kaptaki bir çarkı çevirmek için serbest düşen kütleler kullanmıştır. Kütlenin aldığı mesafe ve sudaki sıcaklık değişiminin ölçümleri, Joule'ün yapılan mekanik işi ve üretilen ısıyı belirlemesine imkan vermiştir. Joule, bunun gibi birçok deneme ile, yapılan iş ve üretilen ısı arasında sabit bir oran olduğunu göstermiştir. Joule'ün yaptığı deney sonuçlarından

1 kalori = 4.186 joule sonucuna ulaşılmıştır.

Joule ve kalori arasındaki bu niceliksel ilişki ısının mekaniksel eşdeğeri olarak adlandırılır.

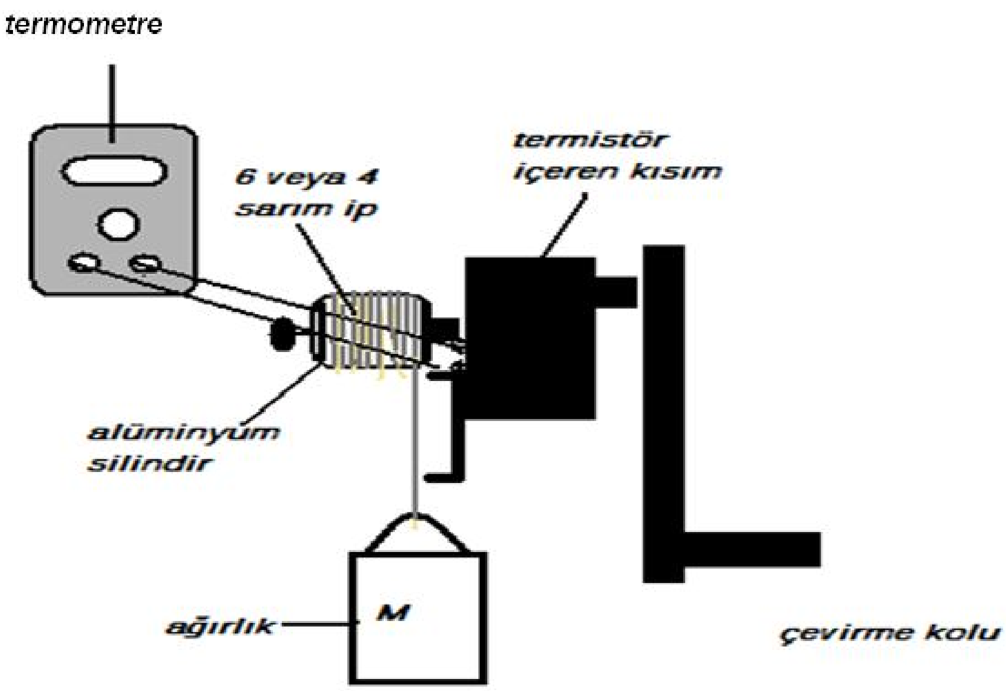
Joule'ün yaptığı deneyler, enerjinin tüm fiziksel süreçlerde korunduğu şeklinde ifade edilen çok genel bir teori elde edilmesini sağlamıştır. Bu teoriye göre eğer yapılan belli bir miktar işin tamamı ısıya dönüşüyorsa sonuçta oluşan ısı yapılan iş miktarına eşittir. Elbette, iş normal olarak joule ve ısı enerjisi kalori birimlerinde ölçüldüğünden eşitlik kolaylıkla ortaya çıkmayacaktır. Joule ve kalori arasında niceliksel bir ilişkiye ihtiyaç vardır.

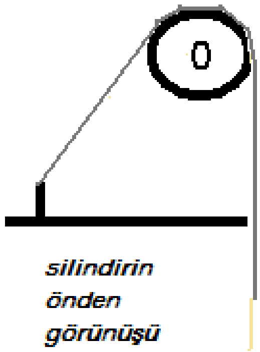
Bu deneyde, joule ve kalori arasındaki niceliksel bağıntı Şekil 1'de şematik olarak gösterilen aletle ölçülecektir. Aletteki kol çevrilerek, ona bağlı alüminyum silindirin dönmesi ve belirli bir miktar iş yapılması sağlanır. r yarıçaplı alüminyum silindirin dönmesi sırasında yaptığı iş

$$W = \tau\, 2\pi N \qquad (1)$$

dir. Burada τ tork olup, $\tau = M\, g\, r$ büyüklüğündedir(M asılan kütle, g yerçekimi ivmesi, r silindir yarıçapı, N ise kolu çevirme sayısı olup, alete bağlı bir sayıcıdan okunur).

Şekil'de görüldüğü gibi silindir üzerine bir kaç kez ip sarılmış ve ipin ucuna M kütlesi asılmıştır. Kolun çevrilmesiyle birlikte silindir döner. Dönen silindir ve ip arasındaki sürtünme kuvveti yardımıyla yapılan iş, ısı enerjisine dönüşür. Bu da silindirin sıcaklığının artmasına neden olur.





Şekil 1. Deney Düzeneği

Alüminyum silindir içine yerleştirilen bir termistör• yardımıyla silindirin sıcaklık artış miktarı belirlenir. Ölçülen ilk sıcaklık T_1, ikinci sıcaklık T_2 ise silindire iletilen ısı enerjisi kalori cinsinden

$$Q = (m\,c + K).(T_2 - T_1) \qquad (2)$$

bağıntısından hesaplanır. Burada K, kullanılan silindirin ısı sığasıdır. Yapılan iş ve üretilen ısı birbirlerine oranlanırsa

$$J = W / Q \qquad (3)$$

ısının mekanik eşdeğeri elde edilir.

DENEYİN YAPILIŞI

Deneyde yapılacak işlemler sırasıyla aşağıdaki gibidir;

1. Şekil 1'deki devre kurulur ve bir çalışma masasına aletler sıkıca bağlanır. Şekil 1'de gösterildiği gibi ip silindir üzerine 4-6 kez sarılır. Ucuna 5 kg' lık M kütlesi asılır. Kol çevrilmeye başlanır. Kolu çevirirken kütlenin yerden 3 cm'den fazla yukarı çıkmaması gerektiğine dikkat edilir. Eğer kütle yukarı çok çıkartılırsa kol kopabilir.

2. Kalorimetre kabı boş iken tartılır (m_1 gram), sonra içine su doldurularak tekrar tartılır (m_2 gram). Kalorimetredeki su miktarı $m_{su} = m_2 - m_1$ gramdır.

3. Kalorimetredeki suyun ilk sıcaklığını ölçmek için termometre suya daldırılır fakat termometre kaba tamamen bırakılmaz yalnızca su ile teması sağlanır ve sıcaklık değişimi termometreden izlenir. Sıcaklığın sabit kaldığı t_1 değeri dikkatle okunarak yazılır.

4. Düzenekteki kol belli bir sıcaklık artışına kadar uygun şekilde çevrilerek N, çevrim sayısı, elde edilir ve son sıcaklık kaydedilir.

5. Ölçülen değerler uygun bağıntılarda yerine koyularak *J* hesaplanır.

6. Hesaplanan *J* değeri teorik *J* değeri olan 4,18 değeri ile karşılaştırılır. (1 cal=4,18 j)

7. Hesaplanan *J* değerlerinin tersi alınarak hata hesabı yapılır. (1 joule= 0,238 cal)

SORULAR

1. Enerji nedir ve kaç türlü enerji vardır?
2. Enerjinin korunumu ilkesini yazınız.
3. Isının mekanik eşdeğeri neye denir?
4. Isı ve sıcaklık arasındaki farkı belirtiniz ve bu iki büyüklüğün birimlerini yazınız.

DENEY NO: 9
YÜKLENMİŞ (HİLELİ) ZAR

GİRİŞ

İstatistik fiziğin fizikte önemli oluşunun iki temel nedeni vardır. Bunlardan biri gelişigüzel ve önceden beklenmeyen deneysel hataları içine alan fiziksel ölçmelerin çözümlenmesi ile ilgilidir. Diğeri ise, bir gaz gibi, çok sayıda molekül içeren fiziksel sistemlerin istatistiksel ve kuantum mekaniksel anlatımı ve temelden istatistiksel olan radyoaktif bozunum gibi olaylar ile ilgilidir.

Bu deney basit fiziksel bir sistem hakkında bazı sorular ortaya atmaktadır. Bu sorular temel fizikle doğrudan ilgili olmasa da pratik bakımdan ilginçtirler. Ortaya koyduğumuz soruların hepsini topluca cevaplayacağız ve cevapların bazıları kesin olmayıp, sezgisellik ifade edecektir. Bu başlangıç yine de geri kalan deneylerde izlenecek yolu gösterecektir.

Bu deneyde özdeş iki zarımız vardır; birinin bir yüzüne az miktarda civa eklenerek yüklenmiş, diğeri ise yüklenmemiştir. Sorun, hangi zarın ve hangi yüzün yüklenmiş olduğunu bulmaktır. Bir fizikçiye böyle bir problem sunulduğu zaman çözüm için değişik yollar teklif edebilir. Bir çözüm yolu şu olabilir: zarla aynı yoğunlukta olan bir sıvı bularak zarı sıvıya daldırmak ve zarın bir yüzeyinin hep yukarı dönüp dönmediğine dikkat etmek. Bir de zar kendinden daha az yoğun olan *ağdalı* bir sıvı içinde düşmeye bırakılabilir. Daha az doğru başka bir yol da zarı birkaç değişik şekilde bağlayıp asarak kütle merkezini bulmak olabilir.

Bu deneyde bir fizikçi için olağan yöntemlerin en kötüsü gibi görünebilecek olan kumarcı yöntemi sunuyoruz. Yapacağımız iş durmadan zar atmak ve her defasında hangi yüzün üste geldiğini kaydetmektir. Bu yöntemin kötü yanı büyük hatalar verebileceğidir. Hangi yüzün üstte olacağı zarın bırakıldığı andaki durumuna, edindiği spin miktarına, eğer varsa arkadaki tahtaya ve masaya nasıl çarptığına ve aynı zamanda nasıl yüklenmiş olduğuna bağlıdır. Buna karşılık bütün bu etkenlerin akla uygun bir şekilde gelişigüzel olduğunu kabul ederek ve zarı çok sayıda atarak yüklü olup olmadığını ve ne şekilde yüklenmiş olduğunu anlamayı bekleyebiliriz.

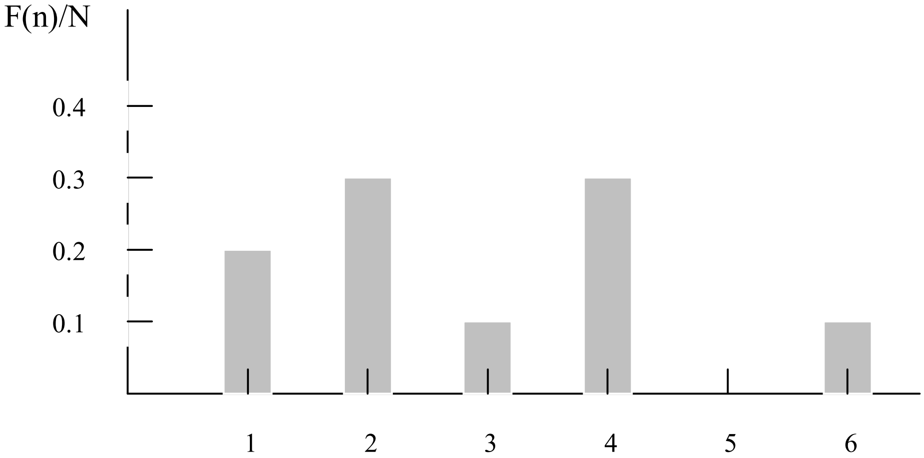
Çok daha zor bir soru da şudur: zarın özel şekilde yüklü olup olmadığına **nasıl güvenebiliriz**? Bu deneyin çözümlenmesinde bu gibi problemlerin istatistiksel olarak incelenmesinin sonuçlarını doğrudan söz konusu edeceğiz. İleriki deneylerde bu deney için gerekli teoriyi geliştireceğiz. Fakat önce gerçek bir deney yapmayı daha ilginç bulabilirsiniz!

DENEY

Elinizde 1 ve 2 numaralı iki oyun zarınız, N de belli bir deney süresince atılış sayısı olsun; n üste gelen yüzeyi göstersin. Demek ki n, 1'den 6'ya kadar bir sayıdır. Her bir sayının kaç defa çıktığı F(n) ile gösterilir ve buna çıkış frekansı denir. Böylece verilmiş bir deneyde 1 sayısı 7 kez, 2 sayısı 5 kez, vb. çıkmış ise F(1) = 7 vb. olur.

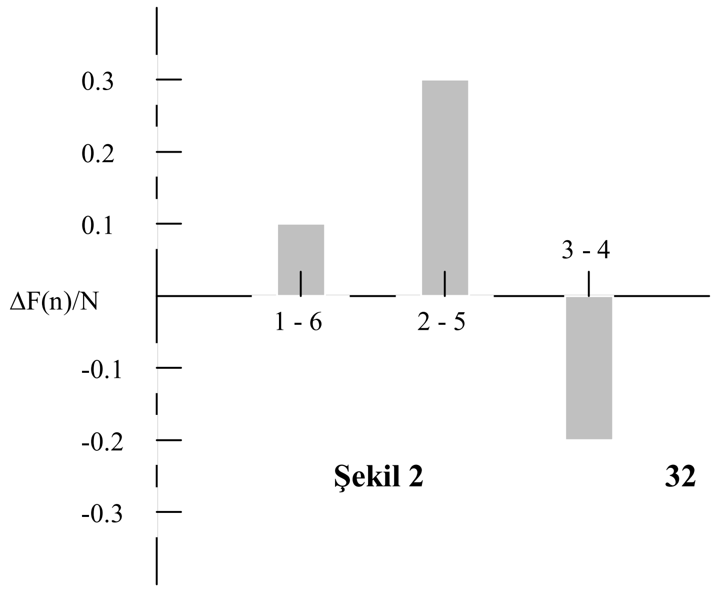
Her zarı 10 kez (N = 10) atınız ve her zar için her yüzeyin üste geldiği frekansı kaydedin. Her frekans için F(n) / N'yi hesaplayıp bu yüzeyin olasılığını yaklaşık olarak bulun; verilerin çizelgesini Şek.1'de verildiği gibi çizin.

Şimdi bunu f(n) ile göstereceğimiz teorik olasılık ile karşılaştırabiliriz. f(n) olarak ne beklemeliyiz? Yüklenmemiş bir zar için 6 yüzeyi eşit olasılıkta 6 olay vardır. Şu halde f(n) = 0,1666... olması beklenebilir. Bu değerden sapmalar gözlenirse ya N çok küçüktür ve gelişigüzel dalgalanmalar göze çarpacak ölçüdedir veya yüzeyler arasında sistemli bir fark vardır (zar yüklüdür). Buradaki istatistiksel problem verilerin çözümlenmesi ile f(n) = 1/6'dan gözlenen sapmaların önemli olup olmadığının belirlenmesidir.



Şekil 1

Fiziksel olarak şunu bekleyebiliriz: belli bir yüzey gelişigüzel bir frekansla değil de daha sık üste geliyorsa, zar bunu altta kalan yüzeyin zararına yapıyor demektir. Bu yüzden karşı yüzeylerin çıkma olasılıklarındaki farklara bakmayı düşünebiliriz. Bu anlamda Şek.1 çizimini Şek.2'de yeniden çiziyoruz. Elde ettiğimiz bilgilerden hangi zarın ve hangi yüzünün yüklü olduğunu kestirebilir misiniz? Deneysel olarak kestirin.



Şekil 2

Her zarı 100 kez atarak frekansları kaydedin. Şek.1 ve 2'deki gibi yeni olasılık grafikleri çizin. **Şimdi** hangi zar yüklü olabilir? Zarın hangi yüzü yüklüdür? İlk yaptığınız doğru mu idi? Yanılmış olmanız olağandır. Şimdi aşağıdaki soruları sorabiliriz:

1. Yaptığınız ilk 10 atışlık deney sonunda verilere göre yargınıza ne kadar güvenebilirsiniz?
2. 100 atışlık sonuca ne kadar güvenebilirsiniz?
3. Elde ettiğiniz bilginin yeterli olabilmesi için kaç atış yapmanız gerekiyor? Bunu bilmek şüphesiz çok faydalıdır; çünkü ağır yüzü %95 kesinlikle belirtebilirseniz atışa devam etmenin çok az önemi olabilir.

N=10

Zar 1	Zar 2

N=100

Zar 1	Zar 2	Zar 1	Zar 2	Zar 1	Zar 2	Zar 1	Zar 2

Tablo 1. N=10

Sayı	Frekans	f(n)
1		
2		
3		
4		
5		
6		

Tablo 2. N=100

Sayı	Frekans	f(n)
1		
2		
3		
4		
5		
6		

Kİ KARE DENEMESİ

N gözlem yaparsak her birinin ν (nü) olabilir sonucu varsa (bir zar için ν = 6) verilen bir olayın gözlenen F(n) ile kuramsal olarak kestirilen Nf(n) frekansı arasında olağan sapmayı kestirebiliriz. 60 denemeden sonra, verilen bir n için frekans beklenen 10 sayısı yerine 12 bulabiliriz. 600 deney için de 100 yerine 94 bulabiliriz. Burada önemli nokta şudur: N deneme sayısı büyüdükçe beklenen ve gözlenen frekanslar arasındaki fark, beklenen frekansın kendisi ile aynı hızla artmaz. Gerçekte, bu farkın ortalama olarak beklenen frekansın kare köküyle oranlı olarak arttığına inanmak gerekir. Bu sonucu ince ayrıntılarıyla doğrulayacak durumda henüz değiliz. Şimdilik bunu böyle kabul ederek ilerdeki deneylerde daha köklü olarak araştıracağız.

Yukarıdaki ifadeye göre,

$$\frac{F(n) - Nf(n)}{[Nf(n)]^{1/2}}$$

niceliği verilen her bir n için 1 basamağında olmalıdır. Elde edilebilecek negatif farkları ortadan kaldırmak için yukarıdaki ifadenin karesini alırız; sonra da n'nin farklı ν değeri için bu terimleri toplarız (zar için yine ν = 6'dır). Sonuç genellikle χ^2 ile gösterilir:

$$\chi^2 = \sum_n \frac{[F(n) - NF(n)]^2}{Nf(n)} \tag{1}$$

Bu toplamın ν mertebesinde olmasını bekleriz; ν'den yeterince büyükse, başka bir deyimle gözlenen frekanslar ile tahmin edilen frekanslar arasında ortalama olarak beklenmedik büyük farklar varsa, o zaman gözlemekte olduğumuz sistemin beklediğimiz kusursuz dağılıma uyduğundan gerçekten kuşku duymaya başlarız. Kusursuz sistem yüklenmemiş bir zar ise, bunun için f(n) = 1/6'dır ve χ^2'nin 6'dan büyük bir değeri zarın yüklenmiş olduğunu gösterir.

Tüm olayların eşit olasılığı durumu için f(n) = 1 / ν'dür. Ayrıca ∑F(n) = N olgusundan da yararlanabiliriz. Bu durumda Denk.1'i basitleştirerek

$$\chi^2 = N\{\nu \sum [F(n)/N]^2 - 1\} \tag{2}$$

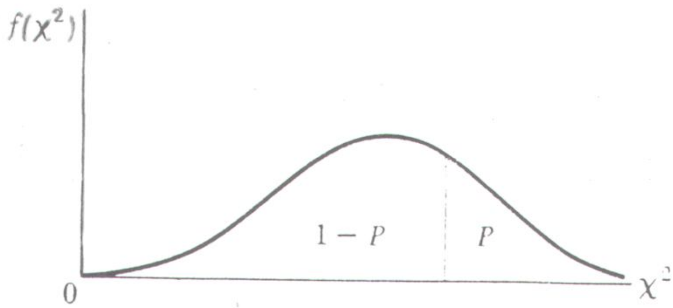
elde ederiz.

Örneğin Şek.1'de gösterilen veriler için

$$\chi^2 = 10\{6(0,24) - 1\} = 4,4 \tag{3}$$

tür. Bu ν basamağında olduğuna göre gözlenen sapmaların önemli olmadığını kabul edebiliriz.

Fakat önemli olup olmadığına nasıl karar veriyoruz? Her bir 10 atışlık dizi için χ^2 değerini hesaplayarak bu 10 atışlık diziyi büyük sayıda tekrarladığımızı kabul edelim. χ^2 için Şek.3'teki gibi normalleştirilmiş bir dağılımı bekleyebiliriz. Verilen χ^2 değeri, dağılımda daha büyük değer alma olasılığı ile belirginleşir. Bu, belli bir değeri aşan χ^2 değerlerine rastlayacak eğrinin altında kalan alan yüzdesidir. Buna P güvenirlik düzeyi denir. Küçük bir güvenirlik düzeyi, olayların dağılımının gelişigüzel olma olasılığının çok küçük olduğunu anlatır. Şu halde incelediğimiz durumda yüklü bir zarın büyük bir ki-karesi olacak ve bunu tutan güvenirlik düzeyinin de küçük olması gerekecektir. Çizelge 1'de χ^2'nin 6 olay için değişik güvenirlik düzeylerindeki değerlerini veriyoruz.



Şekil 3

Çizelge 1.

Güvenirlik Düzeyi (%) P $\nu = 6$	χ^2
99	0,872
98	1,134
95	1,635
90	2,204
80	3,074
20	8,558
10	10,645
5	12,592
2	15,033
1	16,812
0,1	22,452

O halde χ^2'nin 4,4 değeri için dağılımın gelişigüzel olduğuna hemen hemen %80 güvenebiliriz. Bu, daha büyük N için sapmalar görülmeyecek demek değildir. Sadece 10 atış için sapmaların önemli olmadığını söylüyor.

Zar 1 ve zar 2 için 10 ve 100 atıştaki ki-kareleri hesaplayın. Hangi zarın yüklenmiş olduğunu düşünüyorsunuz? Güvenirlik düzeyiniz nedir (burada istatistiksel bir dalgalanma gözlüyorsunuz)?

Zarlarınızın birisi için gelişigüzellikten önemli derecede sapmalar gözlersiniz, hangi yüzeyin (veya yüzeylerin) yüklü olmasını beklersiniz? Bir iplik parçasını zarın üç dik yüzeyine yapıştırarak asın ve bekleyişin doğruluğunu sınayın.

SORULAR

1. Yüklenmemiş bir zar için kuramsal f(n) olasılıkları

$$\sum_{n=1}^{6} f(n) = 1$$

bağıntısını sağlamalıdır. Neden? Zar yüklenmiş ise bu bağıntı yine doğru mudur?

2. Bir paranın 100 defa havaya fırlatıldığını ve sonucun 54 yazı 46 tura geldiğini kabul edin. Paranın bir yana eğilimli oluşu konusunda ne söyleyebilirsiniz?

3. Soru 1'de yazılan bağıntıya göre f(n)'nin 6 değerinin hepsi de bağımsız değildir; herhangi beşi bilinirse altıncısı hesaplanabilir. Bu χ^2 sınamasını $\nu = 6$ yerine $\nu = 5$ alacağımızı mı söylüyor? Açıklayın.

4. Kusursuz (simetrik) bir madeni para bir çok defalar atılırsa yazıların turalara oranı bire yaklaşmalıdır. Bu ayrıca yazı ve tura sayısı arasındaki farkın sıfıra yaklaşacağı anlamına gelir mi? Yani fark, deneme sayısı ile birlikte çok büyük değerlere ulaşırken oran yine de bire yaklaşabilir mi? Açıklayın.

4. χ^2 sınaması veya bunun bir değiştirilmiş şekli, yüklü bir zarın hangi tarafının ağır olduğunu bulmada kullanılabilir mi? Bunun nasıl yapılabileceğini anlatın.

DENEY NO: 10

OLASILIK DAĞILIMI

GİRİŞ

Deney 7'de olasılık kavramlarının basit deneysel bir ölçmenin çözümlenmesinde nasıl kullanılabileceğini; özellikle bu gibi kavramların deneylerin tasarlanmasında nasıl kullanılabileceğini gördük. Bundan sonraki deneylerde bu bilgileri daha düzenli biçimde geliştireceğiz.

Bilinen bazı şans oyunlarında görülen olasılık düşünceleri ile işe başlayacağız. Bunların bilimle doğrudan ilişkileri çok az da olsa çok dikkate değer yönleri vardır ve ayrıca temel düşüncelerin sunulması bakımından kullanışlı bir çerçeve oluştururlar. Şimdi çeşitli deneylerde kullanılacak bir gelişigüzel sayılar çizelgesi düzenlemekle işe başlayalım. Bir rakamlı bir gelişigüzel sayılar çizelgesinde 0'dan 9'a kadar olan sayılar aynı olasılıkla ortaya çıkarlar. Örneğin çok büyük bir listedeki 7'leri sayarsak, toplam sayı toplam rakam sayısının yaklaşık onda biri olacaktır. Toplam sayı büyüdükçe oran onda bire daha da yaklaşır. Bir 7 çıkmasının olasılığı 1/10'dur dediğimiz zaman anlatmak istediğimiz şey budur. Aynı şekilde para attığımız zaman yazı gelme olasılığı 1/2'dir demekle çok sayıda atışta yazı sayısının toplam atış sayısına oranının 1/2 olduğunu anlatıyoruz (paranın bir yana eğilim göstermediğini kabul ediyoruz).

Üç tane 6 yüzlü zar kullanarak üç basamaklı bir sayı çizelgesi kuracağız. Zarlar simetrik yani hilesiz ise her zar üzerindeki sayı gelişigüzel olmalıdır. İleride, deney 7'dekine benzer bir teknik kullanarak bu sayıların gelişigüzel olup olmadığını nasıl anlayacağımızı göreceğiz. Gelişigüzel sayı çizelgesi çeşitli olasılık dağılımlarının deneysel olarak incelenmesinde ve deney sonuçlarının kuramsal bekleyişimizle karşılaştırılmasında kullanılabilir.

Bir sayı kümesini belirginleştirirken, özellikle bu sayılar deneysel bir ölçü veya bir sınav sonucu ile ilgili ise, bu sayılar tümcesinin bazı ilginç özellikleri vardır. Bu özelliklerin en belirlisi genellikle ortalama değer veya kısaca ortalama denen **aritmetik ortalamadır.** 'Sınavdaki ortalama neydi? Aldığım not ortalamanın altında mı, üstünde miydi?' soruları her sınıfta işitilir. Ortalamayı bulmak için sadece bütün puanlar toplanıp toplam öğrenci sayısına bölünür. Şekilce $n_1, n_2, \dots, n_N$ veya bir örneği n_i (i=1,2,3...N) ile gösterilen N tane sayımız varsa ve ortalama değeri $\overline{n}$ ile gösterirsek,tanımca;

$$\overline{n} = \frac{n_1 + n_2 + \dots + n_N}{N} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^{N} n_i \tag{4}$$

olacaktır. Ortalama değer bulunduktan sonra ilginç başka bir soru çeşitli sayıların ortalama değerden ortalama olarak ne kadar saptığıdır. Eğer sınavın ortalama sonucu 70 ve sonuçların çoğu 65 ile 75 arasında ise 'serpilme' çok fazla değil, fakat 20'den 99'a kadar gitmişse serpilme daha büyüktür. Açık olarak 60 puanın iki durumdaki yeri farklıdır. O halde bu **dağılma**yı nicel olarak ölçebilmemiz gerekiyor. Bu dağılmaya denel olarak serpilme veya dağılım (dispersiyon) denir. Dağılmayı bulmak için şu yapılabilir: Her sayı ile ortalama arasındaki fark ve bu farkların ortalaması alınabilir. Bazı farklar pozitif ötekiler negatif olduğu için bir takım güçlükler çıkar. Gerçekten farklar ortalamasının sıfır olduğunu doğrulamak kolaydır. Bu güçlüğü ortadan kaldırmak için her farkın karesini alarak pozitif sayılar elde ederiz. Karelerini toplayıp N'ye bölerek ortalamayı bulur ve sonra da karekökünü alırız. Sonuca bazen 'kare ortalama karekökü' veya 'kök sapması' denir; fakat asıl adı **standart sapmadır**. Bu şekilde ölçülen dağılma genellikle σ ile gösterilir. Yukarıda sözle verilen tanımı şöyle gösterebiliriz:

$$\sigma^2 = \frac{(n_1 - \overline{n})^2 + (n_2 - \overline{n})^2 + \dots + (n_N - \overline{n})^2}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (n_i - \overline{n})^2 \tag{5}$$

Standart sapmanın karesi olan σ^2 büyüklüğüne genellikle **varyans** denir. Çoğu kez özel bir sayı tümcesinin ortalaması ve varyansı ile bu sayıların seçildiği ve önceden varolduğu kabul edilen bir sayılar tümcesinin ortalaması ve varyansını ayırt etmemiz gerekiyor. Örneğin 6 yüzlü zarlardan birini düşünün. Bütün sayılar aynı olasılıkla çıkıyorsa ortalamanın tam 3,5 olması gerektiği kolaylıkla görülebilir. Eğer zarı 36 kez atarsak elde edilen sonuç 3,5'tan biraz farklı olabilir ve 6 defa atarsak ortalamanın 3,5'a yakın olması söz konusu olamaz.

Belli bir deneyde elde edilmiş sayılar tümcesi olan bir **örnek dağılım** ile bu dağılımın alınmış olduğu çok sayıdan oluşmuş **ana dağılımı** birbirinden ayırt edeceğiz. Aynı şekilde, bu örnekte 3,5 olan **ana ortalama** ile genellikle biraz farklı olan **örnek ortalamayı** da birbirinden ayıracağız. Çoğu kez örnek dağılımın, büyük olması halinde ana dağılıma çok yakın olmasını bekleriz. Benzer şekilde **örnek varyans** ve **ana varyans** gibi terimler de ortaya atabiliriz.

DENEY

Altı yüzlü 3 zardan elde ettiğimiz sayıları Çizelge 2'ye geçirerek 360 rakamlı bir gelişigüzel sayılar çizelgesi kurun. Zarlardan sayıları okurken hep aynı sırayı izleyin (örneğin kırmızı, sarı mavi). Bu kural neden önemlidir? Üç zarla bir tek atışta üç sayı elde ederek kurulmuş bir sayı çizelgesini, bir atışta bir sayı elde ederek kurulan çizelgeden ayırt edebilir miyiz? Her sayının (1'den 6'ya) çizelgede kaç kez tekrarlandığını çizelge 3A'ya geçirin ve bu saymalardan her sayının **tekrarlanma olasılığını** hesaplayın. Sonuçlarınız ana dağılımdaki olasılıklara ne kadar uyuşuyor?

ÇİZELGE 2.

Çizelge 2'den 36 sayılık bir alt grup seçin. Bir karışıklığı önlemek için art arda bir sayı dizisi seçmek faydalıdır. Bu sayıların frekanslarını ve hesaplanan olasılıklarını çizelge 3B'ye kaydedin. Bu sayı örneğinin ortalamasını ve **varyansını** hesaplayın. Bulduğunuz bu sonuçları aşağıda hesaplanan ana ortalama ve varyansla karşılaştırın.

Çizelge 3A.

Sayı	Frekans	Olasılık
1		
2		
3		
4		
5		
6		

Çizelge 3B.

Sayı	Frekans	Olasılık
1		
2		
3		
4		
5		
6		

Ayrıca çizelge 2'nin tümü için ortalamayı ve varyansı hesaplayarak ana değerlerle karşılaştırın. Ayrı ayrı sayılarla uğraşacak yerde her sayının çıkış frekansını kullanırsanız hesaplar kolaylaşır. Örneğin, n_i sayısı örnek içinde F_i kez çıkmış ise örnek ortalaması;

$$\overline{n} = \frac{n_1.F_1 + n_2.F_2 + ...}{F_1 + F_2 + ...} = \frac{\sum n_i.F_i}{\sum F_i} \quad (6)$$

ile verilir; toplamlarda 36 veya 360 yerine sadece 10 terim alınmıştır. Benzer şekilde örnek **varyansı**

$$\sigma^2 = \frac{\sum F_i (n_i - \overline{n})^2}{\sum F_i} \quad (7)$$

olur. Şunu da belirtelim ki, her iki durumda ΣF_i örnekteki rakam sayısı toplamı olan N'ye eşittir. Bu halde ana dağılımındaki bütün i'ler için $F_i = N/6$ bekleriz. O zaman Denk.(6);

$$\overline{n} = \sum n_i / 6 = 3{,}5$$

verir ve Denk.(7) de

$$\sigma^2 = \sum (n_i - \overline{n})^2 / 6 = \sum n_i^2 / 6 - \overline{n}^2 = 15{,}17 - 12{,}25 = 2{,}92 \quad (8)$$

verir. 36 veya 120 girişle sınırlı bir örnekte ortalamayı tam 3,5 bulamazsak bize pek şaşırtıcı gelmemelidir. Buna karşın daha büyük örnekler için kabulümüzün doğru çıkacağını beklemek gerekir. Sonuçlarınızın akla yakın olup olmadığına sezişle karar verin. Ayrıca örnek büyüklüğüne bakarak uyuşmanın düzelip düzelmediğine dikkat edin. Neyin uygun bir sapma sağladığı deney- 9'da ele alınarak tartışılacaktır.

RAKAM ÇİFTLERİ

Şimdi 36 rakam çifti seçin. Bu basitçe her üç rakamlı gruplar serisinde sondaki ilk iki rakamı almakla yapılır. Her çiftin toplamını alarak değeri 2 ile 12 arasında 36 sayı elde edin. Bu rakamların toplamlarının çıkış olasılığı aynı değildir. Çünkü bunların çoğu değişik birkaç şekilde meydana gelebilir. Çizelge 4 her toplamın çıkabileceği çeşitli yolları ve bunlara karşılık gelen olasılıkları tam olarak vermektedir. Bu çizelgeyi tamamlayın. Olasılıklar toplamı bire eşit oluyor mu?

Seçtiğiniz 36 çiftli örnekte 2 ile 12 arasındaki her sayının çıkış frekansını Çizelge 5'e alın. Toplam çift sayısına bölerek örnek olasılığını hesaplayın Çizelge 4'te verilen ana değerlerle karşılaştırın. Örneğinizin ortalama değerini hesaplayın ve bunu ana değer olan 7 sayısı ile karşılaştırın. Örneğinizin varyansını hesaplayıp 5,84 ana değeri ile karşılaştırabilirsiniz. İki rakamlı sayıların toplamı ile ilgili varyansın bir rakamlı sayıların varyansının iki katına eşit olduğuna dikkatinizi çekelim.

ÇİZELGE 4.

Toplam		**Frekans**	**Olasılık**
2	11		1/36 = 0,028
3	12 21		2/36 = 0,056
4	13 22 31		3/36 = 0,084
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11	56 65		2/36 = 0,056
12	66		1/36 = 0,028

ÇİZELGE 5.

Toplam	Frekans	Olasılık
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

SORULAR

1. Hava raporundaki yağmur olasılığı onda birdir denirse ne demek isteniyor? Bu durum hangi anlamda istatistikseldir?
2. Her biri 0 ile 9 arasında gelişigüzel 5 sayıdan hepsinin, sadece birinin 7 olma olasılığı ile **hiçbirinin** 7 olmama olasılığı nedir?
3. N sayılık bir tümce için ortalama değerden sapmaların ortalamasının 0'a eşit olduğunu gösteriniz.
4. Gelişigüzel sayılar çizelgenizin tam anlamıyla gelişigüzel olmasını engelleyecek hata kaynakları nelerdir?
5. Herhangi N tane n_i sayılar tümcesi için varyansın $\sigma^2 = \langle n^2 \rangle_{ort} - (\bar{n})^2$ ile verildiğini gösteriniz. Burada $<n^2>_{or}$ simgesi n_i^2'nin ortalamasını gösterir.
6. p tane n_i sayısının toplamının variansının bir tek n_i sayısının varyansı defa p olduğunu gösteriniz. Ortalama değer p ile oranlı biçimde değişirken standart sapmanın sadece karekök p ile azaldığına dikkat edin. Buna göre toplam içerisinde ne kadar çok rakam bulunursa ortalamaya göre olan dağılım o kadar dar olacaktır.
7. Çizelge 4'te olasılıklar toplamının 1 olduğunu toplam işlemini yapmadan gösteriniz. İpucu: İlk N tam sayının toplamı 1/2N(N+1)'dir.
8. Gelişigüzel iki rakam toplamının dağılımı için ana ortalama ve varyans değerlerini türetiniz.
9. Sekiz tabanlı bir gelişigüzel sayılar çizelgesinin bir veya daha fazla sayıda sekiz yüzlü zar atmakla elde edildiğini kabul edin. Rakamların dağılımı için ortalamayı ve varyansı bulun, aynı şeyi iki rakamlı sayılar toplamının dağılımı için yapın.

DENEY NO: 11

BİNOM DAĞILIMI

GİRİŞ

Bu deneyde binom dağılımı diye bilinen, çok yararlı özel bir olasılık dağılımını incelemek için gelişigüzel sayılar çizelgenizi ve bazı basit deney araçlarını kullanacaksınız.

Binom dağılımını tanıtmak amacıyla bazı para atma problemleri ile işe başlayalım. Simetrik bir para atıldığında bunun "yazı" gelmesi veya "tura" gelmesi olasılığı 1/2'dir (yani % 50). Paranın düşüş şeklini denetleyemeyiz ve her atış daha önceki tüm atışlardan bağımsızdır. Bu nedenle bir atıştan yazı çıkmışsa, bir yazı daha gelme olasılığı yine 1/2'dir; para bir önceki atışı hatırlamaz!

Bir sırada iki yazı gelme olasılığı nedir? Bu değişik bir sorudur. Bu olayın çıkması her birinin başarı olasılığı 1/2 olan bağımsız iki ayrı olayın oluşlarına bağlıdır. Bileşik olayın olasılığı ayrı olasılıklar çarpımına veya 1/4'e eşittir. Bu sonucu değişik bir yoldan elde etmek için şuna dikkat etmek gerekir; para iki defa atılırsa eşit olasılıklı dört ayrı olay vardır:

YY YT TY TT

Bu dördünden yalnız bir tanesi istediğimiz olaydır, o halde olasılık 1/4'tür. Bir parayı ardı sıra atacak yerde iki özdeş parayı aynı anda atarak da aynı sonucu elde edebiliriz. Zaman sırasının bir önemi yoktur.

Üç atış halinde, her atışın olabilir iki sonucu bulunduğu için olasılığı eşit olayların toplam sayısı 2^3 veya 8'dir. Bu olaylar şunlardır:

YYY YYT YTY YTT TYY TYT TTY TTT

Şu halde arka arkaya üç yazı elde etme olasılığı 1/8'dir. Gerçekten yukarıdaki olayların her **biri** için olasılık $(1/2)^3$'tür. N atış halinde yazı ve turaların herhangi belli bir dizilişi için olasılık $(1/2)^N$ olur.

Şimdi biraz daha değişik bir soru soralım. Üç atışta iki yazı gelme olasılığı nedir? Bu sonucu veren üç değişik diziliş vardır; YYT, YTY ve TYY. Her birinin olasılığı 1/8 olduğuna göre toplam olasılık 3/8'dir.Aynı şekilde üç atışta bir yazı gelme olasılığı da 3/8 olacaktır. Sıfır ile üç arasında herhangi bir yazı gelme olasılığı 1/8 + 3/8 + 3/8 + 1/8 = 1'dir. Böyle olması da pek şaşırtıcı değildir.

N atışta n yazı gelme olasılığı nedir? İlk önce n yazıyla N-n turanın herhangi bir özel dizilişi için olasılık $(1/2)^N$'dir. Fakat n yazı kaç değişik düzenleme içinde gelebilir? Yani, her defasında N sayısının n tanesi alınarak yapılabilecek düzenleme kaç tanedir? Bu soruyu cevaplandırmak için her birinin ayrı bir düşme yeri olan N tane paramızın bulunduğunu düşünmek yararlıdır. n tane yazıyı bu yerlere dağıtırken bunlardan birincisi için N tane yer seçmeye hakkımız vardır. Bu yerlerden her birine karşılık geri kalan N-1 yeri ikinci yazıya, bunlardan her birisi için de N-2 yeri üçüncü yazıya vb. seçerek gider, sonunda n inci yazıyı geri kalan (N-n+1) yerden birine yerleştiririz. Buna göre N atış arasında n yazının toplam düzenlenim sayısı

$$N(N-1)(N-2)(N-3)\ldots(N-n+1) \tag{9}$$

gibi olacaktır. Fakat bu doğru değildir, çünkü aslında eşdeğer olan düzenlenişi farklıymış gibi saydık. n yazıdan hangilerinin ayrı konumlarda olduğu bizi ilgilendirmez; yazı yazıdır. O halde gerçek sayısını bulmak için bunu n yazının kendi aralarında düzenlenişlerinin kaç değişik şekilde yeniden düzenlenebileceğini gösteren sayıya bölmemiz gerekmektedir. Bunu hesaplamak için n sayının yeni baştan düzenlenişinde n tane yazıdan herhangi birini önce, geri kalan n-1 taneden herhangi birisini ikinci olarak seçip sonuçta bir tek yazı kalıncaya kadar bu işleme devam edebileceğimize dikkat ediniz. n cismin böyle düzenleme sayısına genel olarak n **cismin yer değiştirme (permutasyon, becayiş) sayısı** denir, basit bir şekilde

$$n(n-1)(n-2)\ldots(3)(2)(1) = n! \tag{10}$$

olacaktır. n! ifadesi "n faktöryel" diye okunur ve n'den başlayıp birer birim azalan bütün tam sayıların çarpımının kısaltımını gösterir. Tanım olarak 0! = 1'dir.

Demek ki N denemedeki n yazıyı çeşitli düzenler içinde sıralama sayısı (buna genellikle her defasında n tanesi seçilen N cismin birleştirim (kombinezon) sayısı denir)

$$\frac{N(N-1)(N-2)\ldots(N-n+1)}{n!} \tag{11}$$

dir. Çoğu kez $\binom{N}{n}$ ile gösterilen bu ifadeye pay ve payda (N-n)! ile çarpılıp basitleştirilerek aşağıdaki şekle konabilir:

$$\binom{N}{n} = \frac{N!}{(N-n)!n!} \tag{12}$$

Son olarak $P_N(n)$ ile göstereceğiniz N atışta n yazı elde etme olasılığı

$$P_N(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^N \frac{N!}{(N-n)!n!} = \left(\frac{1}{2}\right)^N \binom{N}{n} \tag{13}$$

olacaktır. Bunu sınamak için 3/8 olduğunu bildiğimiz 3 atışta iki yazı elde etme olasılığını hesaplayabiliriz. Bu durumda n =2 ve N =3'tür:

$$P_3(2) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \frac{3!}{(3-2)!2!} = \frac{3}{8}$$

O halde bulduğumuz ifade işliyor! Olağan başka durumları sınayabilirsiniz. Şimdi küçük bir genelleştirmeye gidelim. Para atışında bir tek yazı için olasılık 1/2 alınmıştı. Yine N bağımsız olayımız bulunsun, fakat her birinin kazanma olasılığı ½ değil, 0 ile 1 arasında bulunan başka bir p sayısı olsun. Buna göre N denemenin tam n tanesinin kazanma olasılığı ne olacaktır?

Bütün hesaplar basit bir değişiklikle daha önce yapılanlar gibidir. n kazanmanın özel bir şekilde düzenleniş olasılığını bulmamız ve bunu yine Denk.(12) ile verilen n kazancın N deneme arasından seçilme yolları sayısı ile çarpmamız gerekiyor. n kazanma ve N-n tane kaybetmenin özel bir düzenlenişi için olasılığı, p kazanma, q = 1-p de kaybetme olasılığı olmak üzere

$$p^n q^{N-n} = p^n (1-p)^{N-n} \tag{14}$$

dir. Her denemede kazanma olasılığı p olduğuna göre N denemede tam n kez kazanma olasılığı

$$P_{N,p}(n) = p^n q^{N-n} \binom{N}{n} = p^n q^{N-n} \frac{N!}{(N-n)!n!} \tag{15}$$

olacaktır. Dikkat edilirse para atma deneyinde p=q=1/2 olduğu için bu ifade öncekine indirgenmektedir.

Genelleştirilmiş olasılık formülünün basit bir uygulaması olarak birkaç tane altı yüzlü zarın atıldığını düşünelim: Örneğin böyle 3 zarı attığımız zaman iki 5 elde etme olasılığı nedir? Her ayrı olay için p olasılığı 1/6, N =3 ve n =2'dir.Buna göre olasılık

$$P_{3,1/6}(2) = \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^{3-2} \frac{3!}{(3-2)!2!} = 0{,}0116$$

dır. Denk. (15) ile verilen olasılık dağılımına, binom açılımının katsayıları ile yakın ilişkisi nedeniyle **binom dağılımı** denir. Gerçekten,

$$(q + p)^N = \sum_{n=0}^{N} p^n q^{N-n} \binom{N}{n} = \binom{N}{0} q^N + \binom{N}{1} q^{N-1}p + \binom{N}{2} q^{N-2}p^2 + \ldots + \binom{N}{N} p^N \quad (16)$$

olduğunu göstermek güç değildir. Buradan beklenildiği gibi hemen

$$\sum_{n=0}^{N} P_{N,p}(n) = 1 \quad (17)$$

olduğunu görüyoruz (bu beklediğimiz bir sonuç mudur?).

Binom dağılımında n'nin **ortalama** değeri ilgi çekicidir. Bir an için N tane para atma problemi düşünülürse, yazıların ortalamasının veya **ortalama** değerinin N deney sayısı ile her atışta yazı gelme olasılığının yani 1/2'nin çarpımına, başka deyimle N/2'ye eşit olduğu açıktır. Biraz daha az açık olsa da p'nin 1/2'ye eşit olmadığı halde de $\bar{n}$ ortalama değerinin

$$\bar{n} = Np \quad (18)$$

ye eşit olacağı akla yatkındır. Bunun doğru olduğu gösterilebilir; fakat bir takım hesap "oyun"ları gerektirdiğinden burada verilmeyecektir. Benzer oyunlarla dağılımın "genişliğini" veren **dağılma** (varyans) da hesaplanabilir. Bu ise

$$\sigma^2 = Npq \quad (19)$$

ile verilmektedir.

POİSSON DAĞILIMI

N'nin büyük değerleri için büyük sayıların faktöriyelleri söz konusu olduğundan binom dağılımı formülü kullanışsız hale gelir. Bu halde kullanılması daha kolay olan yaklaşık ifadelerin elde bulunması iyi bir raslantıdır. Burada, N büyürken p'nin çok küçüldüğü ve böylece

$$\bar{n} = Np$$

ortalama değerinin sonlu kaldığı hallerde geçerli olan ve **Poisson dağılımına** götüren yaklaşıklığı ele alacağız. N büyürken p'nin küçülmediği farklı bir yaklaşıklılık Deney 10'da incelenecektir. Bu yaklaşıklığın vereceği dağılım **normal** veya **Gauss** dağılımıdır.

N'nin çok büyük ve p'nin çok küçük olduğu durumlarda geçerli olan yaklaşıklık aşağıdaki gibidir: Bu sınırda n'nin uygun olasılıklı değerleri ancak N'ye göre çok küçüktür.

Önce,

$$\frac{N!}{(N-n)!} = N\,(N\text{-}1)\ldots(N\text{-}n+1) \tag{20}$$

çarpanını düşünelim. Bu, N'den pek farklı olmayan n teriminin çarpımıdır. Bu nedenle Denk. (20) ifadesinin yerine N^n alacağız. İkinci olarak q^{N-n} çarpanını

$$q^{N-n} = (1\text{-}p)^{N-n} = -\ \frac{(1-p)^N}{(1-p)^n} \tag{21}$$

şeklinde yazalım. Burada payda hemen hemen bire eşittir, çünkü bire çok yakın bir sayının çok büyük olmayan bir kuvveti alınmıştır. Böylece aşağıdaki ifade elde edilir:

$$P_{N,p}(n) \cong p^n(1\text{-}p)^N \frac{N^n}{n!} = \frac{(Np)^n(1-p)^N}{n!} \tag{22}$$

N'yi yok etmek için a = Np kısaltmasını yaparsak;

$$P_a(n) \cong \frac{a^n(1-p)^{a/p}}{n!} = \frac{a^n}{n!}\left[(1-p)^{1/p}\right]^a \tag{23}$$

olur. Geriye kalan iş aşağıdaki

$$\lim_{p\to 0}(1-p)^{1/p}$$

limitini hesaplamaktır. Bu limit bütün analiz giriş kitaplarında incelenmekte ve değerinin, e doğal logaritma tabanı olmak üzere 1/e'ye eşit olduğu gösterilmektedir. Sonuçta **Poisson dağılımı** denen

$$P_a(n) = \frac{a^n e^{-a}}{n!} \tag{24}$$

bağıntısını elde ederiz. Bu ifadede asıl binom dağılımının belirtgin N ve p sabitleri yerine bir a sabiti gelmektedir. Bu farkın nedeni binom dağılımının Np çarpımı sonlu kalacak şekilde $N\rightarrow\infty$'a ve $p\rightarrow 0$'a giderken limitini almış olmamızdır.

Poisson dağılımının elde ediliş şekline bakarak, olay sayısının çok büyük ve bir olayın kazanma olasılığının çok küçük olduğu, böylece a =Np çarpımının sonlu kaldığı durumlara uyan dağılımın bu olduğu bilinmelidir. Poisson dağılımının en genel uygulama yerlerinden biri radyoaktivitenin anlatımıdır. Elimizde herbirinin belli bir zaman aralığında bozunma olasılığı 10^{-19} olan 10^{20} tane radyoaktif çekirdek bulunabilir. Bu zaman aralığındaki toplam parçalanma sayısı $N = 10^{20}$, $p = 10^{-19}$ ve $a = 10$ olmak üzere Poisson dağılımını gösterir. Poisson dağılımı için n ortalama değerini ve variansı, binom dağılımında bunlara uyan Denk. (18) ile (19)'da verilen niceliklerden dolaysız olarak hemen hesaplayabiliriz. q bire çok yakın olduğundan a parametresi cinsinden aşağıdaki basit sonuçları buluruz:

$$\bar{n} = a \quad \sigma^2 = a \tag{25}$$

Deney IF-2 için hazırlanan gelişigüzel sayılar çizelgesi Binom ve Poisson dağılımları için ilginç örnekler verir. Altı yüzlü zar ile elde edilen üç-rakamlı gelişigüzel sayıları alarak her üç gruptaki 5'lerin sayısı için bir frekans sayımı yapın. Yani, üç rakamlı sayılardan kaç tanesinde hiç 5 yoktur; bir tane 5, iki tane 5 veya üç tane 5 kaç tanesinde vardır? Sonuçlarınızı ana Binom dağılımına göre beklediklerinizle karşılaştırın. Örnek ortalamasını ve varyansı hesaplayıp ana Binom dağılımındaki değerlerle karşılaştırın.

Şimdi de gelişigüzel sayılar çizelgesindeki **dokuz rakamlı** grupları alalım. 9 rakamlı karesel grupların her birindeki 5'lerin sayısı için frekans sayımı yapın; çizelgede böyle 40 grup bulunmaktadır. Sonuçlarınızı Çizelge 6'ya geçirin.

Bütün rakamların frekans sayımını elde etmek üzere bu sayımları öteki rakamlar için de tekrarlayın ve frekansları her satıra yazın. Son olarak olasılıkları elde etmek için bunları toplam ölçme sayısına bölün. 40 kutu ve 6 rakam için toplam ölçme sayısı 240'tır.

Sonuçlarınızı $P_{N,\ 1/6}(n)$ binom dağılımı değerleriyle karşılaştırın. Bu dağılımın değerlerini hesaplarken P(n+1)'i P(n) cinsinden veren bir geri götürme (recurence) bağıntısı kullanmak fazla işlem yapmayı engeller.

ÇİZELGE 6.

Sayı	**Frekans**									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1										
2										
3										
4										
5										
6										

Binom dağılımı için uygun geri götürme bağıntısı Denk. (15)'in doğrudan uygulanmasıyla sınayabileceğimiz aşağıdaki bağıntıdır:

$$P_{N,p}(n+1) = \frac{p(N-n)}{q(n+1)} P_{N,p}(n) \tag{26}$$

Buna göre sadece $P_{N,p}(0)$'ı hesaplamak ve bu bağıntıyı kullanmak yeterlidir. Geri götürme bağıntısını kullanırken başta yapılan bir hata süre gideceğinden genel olarak bu yol biraz sakıncalıdır. Bununla birlikte bu özel durumda artan n'ler için P'nin değerleri çok çabuk küçüldüğünden bir sakınca yoktur. Gerçekten, n>4 için değerlerin 10^{-5}'ten küçük olduğunu böylece daha ileri gitmenin anlamsızlığını görmelisiniz.

Şimdi 9 rakamlı gelişigüzel sayı gruplarındaki sayıların dağılımı için Poisson yaklaşıklığını ele alalım. N =9, p =1/6 olup a =Np =1,5'tur. Poisson dağılımını kullanarak n'nin 0'dan 4'e kadar olan değerleri için olasılıkları yeniden hesaplayın. Hiç kuşkusuz N =9, N $=\infty$'dan çok uzak olduğundan kesin bir uyuşma beklememeliyiz, fakat yine de karşılaştırma ilgi çekicidir. Binom dağılımı n=0 ve n=1 için (N ve p'nin özel değerlerinin sonucu olarak) aynı değerler verirken Poisson dağılımının P(0) ve P(1) için bunlardan sıra ile %5 daha büyük ve daha küçük değerler verdiğine özellikle dikkat edin. Daha büyük n'ler için yaklaşıklığın doğruluğu artıyor mu, yoksa azalıyor mu?

SORULAR

1. Denk. (26)'da verilen geri götürme (recurrence) bağıntısını çıkarın.

2. Poisson dağılımı için aşağıda verilen geri götürme bağıntısını çıkarın.

$$P_a(n+1) = \frac{a}{n+1} P_a(n)$$

3. Çok sayıda yumurtadan %1'i çürük çıkıyor. Bunlardan seçilmiş gelişigüzel bir düzine yumurtadan **hiçbirinin** çürük çıkmama, birinin ve birden fazlasının çürük çıkma olasılığı nedir?

4. Bir Pazar günü öğleden sonra gezinti için dışarıya çıkan bir adam aşağıdaki oyunu oynuyor. Hareket noktasını da içine alan her köşe başında yazı-tura atıyor. Yazı gelirse kuzeye, tura gelirse güneye bir öteki köşeye kadar yürüyor. N atıştan sonra başlangıç noktasına olan uzaklıkların olasılık dağılımını bulunuz. Adam bu oyunu birkaç Pazar oynadığına göre N atıştan sonra başlangıca olan ortalama uzaklığını hesaplayın. Bu ortalama değer N ile nasıl değişir?

5. Doğan bebek sayısının Poisson dağılımına uyduğunu ve ikiz doğma olasılığının 1/100 olduğunu kabul edelim. Beşiz doğma olasılığını bulunuz.

DENEY NO: 12

NORMAL DAĞILIM

GİRİŞ

Normal veya Gauss dağılımı binom dağılımının N büyürken p'nin sonlu kaldığı limit halidir (N büyürken p'nin küçülüp Np çarpımının sonlu kaldığı Poisson dağılımından bu şekilde ayrı düşmektedir). Normal dağılım çeşitli nedenlerle önem kazanır. Büyük sayılar söz konusu olup binom dağılımı kullanışsız hale geldiğinde bu yaklaşıklık binom dağılımı için uygun gelmektedir. Daha önemli başka bir konu, fiziksel ölçmelerde yapılan hataların normal dağılıma uyduğunun deneysel olarak sık sık görülmesidir; bu nedenle deneysel hataların incelenmesinde büyük bir önem taşımaktadır.

Binom dağılımından giderek normal dağılımı türetmek için N büyük olduğundan n'nin anlamlı değerlerinin de çok büyük olduğunu, böylece bir n'den ötekine geçerken P'nin çok az değiştiğini kabul edeceğiz. Buna göre n bir tam sayı olmaktan çok, sürekli bir değişken gibi düşünülebilir. Üstelik binom dağılımının N büyüdükçe keskinleşen bir maksimum vermesi özelliğinden de yararlanacağız. Binom dağılımında böyle bir keskinleşmenin var olduğu dağılımın genişliğini veren σ'nın $\sqrt{N}$ ile n'nin ise N ile oranlı bir biçimde artmasından anlaşılmaktadır. Bu nedenle n'nin sadece $\bar{n}$'ya yakın sayılabilecek değerleri için büyük olasılık değerleri çıkacaktır.

Deney 9'da verilen Denk.(26) geri götürme bağıntısı ile işe başlayalım. P'yi n'nin sürekli bir fonksiyonu kabul edersek, $\Delta n = 1$ olmak üzere bu fonksiyonun türevini yaklaşık olarak $P(n+1) - P(n)$ alabiliriz. Başka deyimle,

$$P'(n) \approx P(n+1) - P(n) = \left[\frac{p(N-n)}{q(n+1)} - 1\right] P(n) \tag{27}$$

olacaktır. n'nin sadece büyük değerleri söz konusu olduğundan paydadaki (n+1) yerine n alabiliriz. Sonra p+q =1 olgusuna dayanarak eşitliği yeniden düzenlersek

$$\frac{P'(n)}{P(n)} = \frac{Np - n}{qn} \tag{28}$$

elde ederiz. Burada n'nin $\bar{n} = Np$ yöresindeki değerlerinin önemli oluşunu düşünerek paydadaki n yerine ortalama Np değerini koyalım. Pay Np ile n'nin farkına eşit olduğu için n'deki ufak değişimlere karşı paydadan daha duyarlıdır ve aynı değişikliğin paydada yapılması akıllıca bir yaklaşıklık olmayacaktır, dikkatinizi çekeriz.

Böylece,

$$\frac{P'(n)}{P(n)} = \frac{Np - n}{Npq} \tag{29}$$

veya $\bar{n} = Np$ ortalaması ve $\sigma^2 = Npq$ varyansı $[Denk.(18)\text{ ve }(19)]$ cinsinden

$$\frac{P'(n)}{P(n)} = \frac{\bar{n} - n}{\sigma^2} \tag{30}$$

ifadesini buluruz. Şimdi integral sabitini lnC alarak her iki tarafın integralini alabiliriz. Böylece,

$$\ln P(n) = \ln C - \frac{(n-\bar{n})^2}{2\sigma^2} \tag{31}$$

veya iki tarafın anti logaritmasını alarak

$$P(n) = Ce^{-(n-\bar{n})^2/2\sigma^2} \tag{32}$$

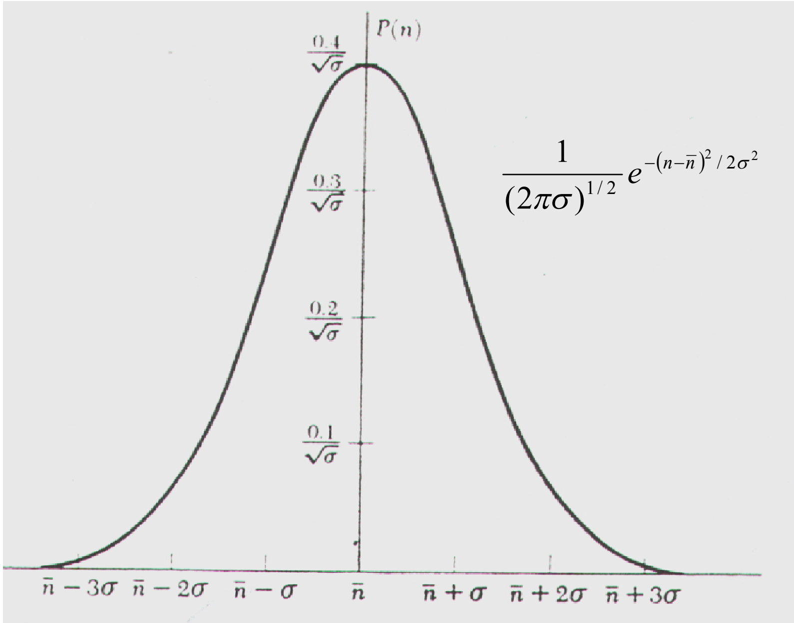
elde ederiz. C sabitinin değeri, olabilir tüm n değerlerinin olasılıkları toplamının bire eşit olması koşulundan giderek bulunabilir. Burada n üzerinden toplama değil **integral** alacağımız için C

$$\int P(n)dn = 1 \tag{33}$$

bağıntısını sağlamalıdır. İntegralin hesaplanması biraz uğraştıracağı için C'nin $1/(2\pi\sigma^2)^{1/2}$ olacağını söylemekle yetineceğiz. Sonuç olarak normal dağılım fonksiyonu

$$P(n) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}(Npq)^{1/2}} e^{-(n-Np)^2/2Npq} = \frac{1}{(2\pi\sigma)^{1/2}} e^{-(n-\bar{n})^2/2\sigma^2} \tag{34}$$

olacaktır. Bu yazılışlardan genellikle ikincisi kullanılır, fakat burada her ikisini yazmaktaki amacımız, içinde aynı ortalama ve aynı varyansın (dağılmanın) bulunduğu Binom dağılımına olan ilişkiyi göstermektir.



Şek.4, Denk.(34)'ün çizimidir. $\bar{n}$ ve σ değerlerinin önemini göstermektedir. Eğri $n=\bar{n}$ çevresinde simetriktir ve σ hep dağılımın 'genişliğini' verir. Eğri $n=\bar{n}\pm\sigma$ değerlerinde $n=\bar{n}'$ daki büyük değerinin $e^{-2/7}$'sine düşer. n'nin bu sınırlar arasındaki herhangi bir değeri alma olasılığının 0,683 olduğu gösterilebilir.

Bu değer bir takım sayısal yaklaşıklıklarla, Denk.(34)'ün $n=\bar{n}-\sigma$ dan $n=\bar{n}+\sigma$'ya kadar integralinin alınmasıyla elde edilir. Benzer şekilde n'nin $\bar{n}-2\sigma$ ile $\bar{n}=n+2\sigma$ arasına düşme olasılığı 0,954 ve $\bar{n}\pm 3\sigma$ arasına düşme olasılığı da 0,997 bulunmaktadır. Başka deyimle, n'nin $\bar{n}$'dan $\pm 3\sigma$ değerinden daha fazla sapma olasılığı 0,003 olacaktır.

DENEY

Gelişigüzel sayılar çizelgemizin gerçekten gelişigüzel olup olmadığını anlamak için bazı yoklamalar uygulayabiliriz. Örneğin, Deney 2'de elde ettiğimiz sayı frekanslarını göz önüne alalım. 360 sayı içerisinde 1 ile 6 arasındaki her rakamdan ortalama 60 tane çıkmasını bekleriz. Şimdi 56 tane beş bulduğumuzu kabul edelim; bu acaba sayıların gelişigüzel olmadığını mı ifade etmektedir, yoksa bu sayı akla yakın bir olasılık bölgesinde mi kalmaktadır?

Bu soruyu cevaplandırmak için önce 360 rakamlı gelişigüzel sayılar çizelgesinde n tane 5 bulunma olasılığının binom dağılımı ile N = 360, p = 1/6 olmak üzere verildiğini hatırlayalım. Bu dağılımın ortalaması görüldüğü gibi $\bar{n} = Np = 360\times(1/6) = 60$'dır.

Standart sapma ise

$$\sigma = (Npq)^{1/2} = \left(360\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6}\right)^{1/2} = 7{,}07 \approx 7 \qquad \text{olmaktadır.}$$

Dikkat edilirse Binom dağılımının normal dağılım yaklaşıklığında herhangi bir frekansın ortalamadan bir standart sapma (yani 30 ile 42) bölgesine düşmesi için % 68 ve iki standart sapma bölgesine (yani 24 ile 48 arasına) düşmesi için de % 5 gibi bir olasılık vardır. Frekansın tam 60 bulunması olasılığının çok daha küçük olduğuna dikkatinizi çekeriz. Bu olasılığı hesaplayın.

Yukarıdaki ölçütü kullanarak Deney 2'deki sayı frekanslarının gelişigüzel olup olmadığını sınayınız.

Bu ilkenin biraz değişik bir uygulaması, gelişigüzel rakamların çoğunlukla çift mi, yoksa tek mi olduğunu sormaktır. 360 sayılı çizelgedeki çift rakamların olasılık dağılımı N'nin 360, p'nin 1/2 olduğu (çünkü bir tek sayının çift veya tek gelmesi aynı derecede olasıdır) binom dağılımıdır. Bu değerlere karşılık gelen n ve σ 'yı bulun ve bundan % 95 ve 65 olasılıklı kesimlerinin sınırlarını hesaplayın. Çizelgenizdeki çift rakamları sayın. Bunun gelişigüzel olmadığını gösteren bir belirti var mı?
Bu metodun başka bir uygulama yeri bir paranın yazı veya tura gelme olasılığının gerçekten eşit olup olmadığının belirlenmesidir. Bir parayı 100 kez atıp 52 yazı 48 tura çıkardığımızı kabul edelim. Acaba bu para bir tarafa eğilimli midir? Binom dağılımı için normal yaklaşıklığı kullanarak n'nin (ortalaması 50) yine çeşitli olasılıklara karşılık gelen değişim bölgelerini hesaplayabiliriz. n'nin ölçülen değeri % 95 olasılıklı bölgenin dışında kalıyorsa birşeyin hatalı olduğundan kuşkulanabiliriz. Seçeceğiniz bir parayı 100 kez atıp bulacağınız sonuçları yorumlayın.

ÖLÇMEDE GELİŞİGÜZEL HATALARIN ÇÖZÜMLENMESİ

Normal dağılım fonksiyonunun en önemli uygulama yerlerinden biri ölçmelerdeki gelişigüzel hataların çözümlenmesidir. Bu, yeni başlayanlar için tehlikeli bir konudur; çünkü uyanık olmayan bir öğrenci deneysel hataların çözümlenmesine öylesine kapılabilir ki tüm başarı sırrının istatistiksel verilerin çözümlenmesinde olduğunu sanır.
Sistemli hatalarla gelişigüzel hataları birbirinden ayırt etmek gerekir. Adlandırılışından da anlaşılacağı gibi sistemli hatalar deneyin yapılışında bulunan hatalardır. Sıfır ayarı tam yapılmamış bir voltmetre, ısısal genleşme nedeniyle doğru ölçmeyen bir cetvel, ancak tümü daldırılırsa doğru gösterebilen bir termometre vb. araçlar bunlara basit birer örnektir. Sistemli hatalar, ya sistemin bazı özelliklerinin veya oda sıcaklığı, şehir gerilimi, yapı titreşmesi veya gelişigüzel manyetik alanlar gibi bazı dış etkilerin değişmesi yüzünden zamanla değişiklik gösterir.

Çoğu kez deney yapımında sistemli hatalar gelişigüzel hatalardan daha önemlidir. Bunlarla uğraşmak ve önlemeye çalışmak oldukça güçtür. Sistemli hatalardan sakınmak için hiçbir genel kural yoktur; ancak tecrübeli bir deneyci sistemli hataları önleyici bir takım deneyler düzenleyebilir ve onları su yüzüne çıkarıp hemen düzeltebilir.

Gelişigüzel hatalar deneyin yapılışında önceden kestirilemeyen ve bilinmeyen pek çok değişimlerden ileri gelmektedir. Bunlar en küçük bir bölme aralığının onda birini kestirmede olduğu gibi, deneyciden gelebilen küçük hatalardır. Deney koşullarında önceden beklenmeyen gelişigüzel dalgalanmalar da bu hataların kapsamı içindedir. Bu gibi gelişigüzel hataların normal dağılım fonksiyonuna uygun biçimde dağıldığı deneysel olarak görülmüştür ve gelişigüzel hataların etkisini azaltmak için bu özellikten yararlanılabilir. Burada yararlı birkaç sonuca değineceğiz.

Belli bir fiziksel niceliği birçok kez ölçtüğümüzü ve gerçek değerden sapan bir takım sayılar bulduğumuzu kabul edelim. Sapmalar sadece gelişigüzel hatalardan ileri geliyor ve bu hataların dağılımı normal dağılım fonksiyonuna göre oluyorsa verilerden elde edilebilecek en yaklaşık değerin aritmetik ortalama (veya ortalama) olduğu gösterilebilir. Bu da yeterince akla yakın bir sonuçtur.

Acaba bu ortalamaya ne kadar inanabiliriz? Her gözlemin standart sapması hesaplanabilir. Bu standart sapma her gözlemin yeniden elde edilebilirliğinin ölçüsünü gösterir. Ortalamanın ayrı ayrı ölçmelerden daha inanılır olmasını bekliyoruz. Gerçekten her birinde N gözlem bulunan birçok ölçme grupları (veya ölçme tümceleri) almış olalım. Her grubun ortalama değer ve standart sapmasını hesapladıktan sonra, ortalamaların da standart sapmasını bulacak olursak bunun her grubunun standart sapmasından yaklaşıkça $\sqrt{N}$ kadar küçük olduğunu gösterebiliriz. Yani,

$$\sigma_{ort} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

dir ve ortalamanın standart sapmasına ortalama değerin doğruluğunu gösteren bir belirleyici gözüyle bakılabilir.

Bununla birlikte bulduğumuz sonuç ancak hataların tümünün gelişigüzel olduğundan ve söz konusu gelişigüzel hatalara göre daha büyük katkısı olabilecek hiç bir sistemli hatanın bulunmadığına güvendiğimiz zaman geçerli olacaktır.

Bir takım *a, b, c*,..... niceliklerini ölçerek, genel biçimde

Q = f (*a, b, c*, ...)

gibi bilinen bir bağıntı yardımıyla bir Q niceliğini hesaplamak istediğimizi kabul edelim. Ayrıca *a, b*,.... niceliklerinin her biri $\sigma_a, \sigma_b, ...$ gibi standart sapmalar göstersinler. Acaba Q değerinin standart sapması ne olacaktır?

Q'nun standart sapmasının

$$\sigma_Q^2 = \left(\frac{\partial Q}{\partial a}\right)^2 \sigma_a^2 + \left(\frac{\partial Q}{\partial b}\right)^2 \sigma_b^2 + \ldots$$

ifadesi ile hesaplandığını gösterebiliriz. Bu bağıntı, değişken niceliklerdeki hatanın bu niceliklerden giderek hesaplanan sayılara olan etkisini çözümleyen temel hata dağılımı bağıntısıdır.,

SORULAR

1. Normal dağılımı binom dağılımının bir yaklaşıklığı olarak ele aldığımıza göre, bu yaklaşıklıklar n'nin $\overline{n}$' ya yakın değerleri için mi, yoksa $\overline{n}$' dan uzak ve dağılımın uçlarına yakın değerleri için mi daha doğru olacaktır? Açıklayınız.

2. Bir dağılımdaki 'olabilir hata' öyle bir hata olarak tanımlanır ki mutlak değeri bundan küçük olan bir hata değeri ½ olasılıkla ortaya çıksın. Bir olasılık integrali çizelgesi kullanarak, normal dağılım için muhtemel hatayı bulun ve σ'nın bir katı cinsinden ifade edin. 'En' muhtemel hata bu mudur? Değilse, nedir?

3. Normal dağılımın $\left\langle (n-\overline{n})^2 \right\rangle_{ort}$ variansını σ cinsinden hesaplayınız.

4. Normal dağılımın merkezinin her dönüm noktasına olan uzaklığını σ cinsinden bulun.